

C31172

Ecole Normale Supérieure de Cachan

61 avenue du président Wilson
94230 CACHAN

Concours d'admission en 3^{ème} année

MÉCANIQUE

Session 2011

**Épreuve de
MÉCANIQUE ET CONCEPTION**

Durée : 4 heures

« Aucun document n'est autorisé ».

« L'usage de calculatrice électronique de poche à alimentation autonome, non imprimantes et sans document d'accompagnement, est autorisé selon la circulaire n°99018 du 1^{er} février 1999. De plus, une seule calculatrice est admise sur la table, et aucun échange n'est autorisé entre les candidats ».

« Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre ».

Le sujet comporte 8 pages de texte et 3 annexes.

Nota : à partir d'un support commun, l'épreuve comporte deux parties totalement indépendantes :

- mécanique des milieux continus,
- conception.

Le candidat traitera les deux parties.

Ces parties peuvent être traitées dans un ordre quelconque. Il est conseillé au candidat de lire attentivement le sujet en entier.

Il faudra numéroter les copies et préciser sur chaque copie :

- le titre,
- le repère de l'épreuve,
- la partie de l'épreuve traitée.

Changeur d'outils

Présentation

L'étude se propose d'aborder quelques éléments qui conditionnent le fonctionnement de l'approvisionnement en outils d'une machine d'usinage à grande vitesse. La première partie s'intéresse au frettage à chaud de l'outil dans le porte-outil (Annexe A) qui est couramment mis en œuvre dans le cadre de l'usinage à grande vitesse. Le magasin d'alimentation en outil permet, associé au dispositif de changement d'outil (qui ne sera pas abordé dans cette étude) un changement rapide des ensembles outil/porte-outil. Dans le magasin, ces ensembles sont mis en place à la main sur des pinces (Annexe B). Lors de cette mise en place, la pince se déforme ce qui assure une mise en position et un maintien en position de l'ensemble outil/porte-outil. L'étude de la déformation de cette pince est l'objet de la seconde partie. Plus les vitesses de rotation du carrousel sont importantes, plus le changement d'outil pourra être effectué rapidement. Les effets dynamiques ne sont pas négligeables et demandent de correctement dimensionner la chaîne cinématique d'entraînement. Les pinces se déforment alors sous l'action des ensembles outil/porte-outil et le maintien de l'outil nécessite de prendre en compte les effets dynamiques. Ces différents points font l'objet d'études spécifiques.

Première partie - Mécanique des Milieux Continus frettage

	λ Mpa	μ MPa	E Mpa	ν	α $10^{-6}/K$
Acier	$1.2 \cdot 10^5$	$80 \cdot 10^5$	$2.08 \cdot 10^5$	0.30	17
Carbure de tungstène	$2.01 \cdot 10^5$	$2.56 \cdot 10^5$	$6.25 \cdot 10^5$	0.22	5

Dans le cas d'utilisation d'une machine d'usinage à grande vitesse (UGV), il est courant de fretter à chaud l'outil dans le porte-outil (présenté en annexe A).

On se propose d'étudier ce frettage. L'outil considéré est une fraise de diamètre $16mm$ en carbure de tungstène. On se propose de modéliser le porte-outil, en acier, par un tube cylindrique creux de diamètre intérieur $15,98mm$ et de diamètre extérieur $30mm$. Le porte-outil et l'outil ont un comportement thermoélastique linéaire, homogène et isotrope. Pour réaliser le frettage, l'outil est maintenu à température ambiante $T_0=20^\circ C$. On utilise un procédé de chauffage par induction pour élever la température du porte-outil à $T_1=300^\circ C$. On note α le coefficient de dilatation linéique du palier. L'outil est inséré dans le porte outil sur une longueur de $60mm$. Un dispositif de refroidissement sécurisé assure la diminution de température jusqu'à température ambiante. Un formulaire est proposé en annexe C.

- 1.1. Expliquer chacun des termes : thermoélastique, linéaire, homogène, isotrope
- 1.2. Exprimer, d'une manière générale, la loi de comportement qui relie $\underline{\underline{\varepsilon}}$ à $\underline{\underline{\sigma}}$ pour de tels matériaux (ne pas oublier l'influence de la température)
- 1.3. Expliquer ce qu'est le frettage à chaud
- 1.4. Quel est le diamètre intérieur du porte-outil après chauffage ? Vous expliquerez votre démarche en utilisant la loi de comportement proposée au 1.2.

L'outil est inséré au moyen du dispositif approprié dans le corps du porte-outil sur une longueur de 60mm comme proposé plus haut. On laisse refroidir l'ensemble outil+porte-outil à température ambiante et on étudie le frettage induit.

- 1.5. Proposer à l'aide d'un schéma et en le justifiant un choix de coordonnées adapté au traitement de ce problème.

La forme générale du champ de déplacement est pour l'outil :

$$\vec{U}^o = u_r^o(r, \theta, z) \vec{e}_r + u_\theta^o(r, \theta, z) \vec{e}_\theta + u_z^o(r, \theta, z) \vec{e}_z$$

et pour le porte-outil
$$\vec{U}^p = u_r^p(r, \theta, z) \vec{e}_r + u_\theta^p(r, \theta, z) \vec{e}_\theta + u_z^p(r, \theta, z) \vec{e}_z$$

- 1.6. Compte tenu du chargement lié à cette étude, proposer une forme simplifiée de ce champ de déplacement \vec{U}^o pour l'outil et \vec{U}^p pour le porte-outil.
- 1.7. Calculer le tenseur de déformation associé $\underline{\underline{\varepsilon}}$.
- 1.8. Écrire, s'il y a lieu pour chacune des deux pièces, les équations vérifiées par les tenseurs des contraintes $\underline{\underline{\sigma}}$.
- 1.9. Résoudre ce problème, sans oublier la condition cinématique de contact, et déterminer la pression de serrage entre les deux pièces (outil et porte-outil).
- 1.10. Quel est le couple transmissible par cet assemblage ? Vous préciserez les hypothèses complémentaires nécessaires.

Deuxième partie : pince du magasin changeur d'outil



Figure 1 : Mise en situation de la pince et du magasin

La pince du magasin changeur d'outil en PA6T, présentée en Annexe B et mise en situation ci-dessus, a pour fonction de supporter l'ensemble outil plus porte-outil sur le carrousel du magasin. La collerette du porte-outil est introduite manuellement dans cette pince. La mise en position du porte-outil dans la pince est assurée par le système de guidage représenté et un serrage minimum est réalisé par déformation de la pince.

Nous proposons d'étudier la déformation de la pince pour assurer la mise en position, puis d'analyser l'effet des sollicitations dynamiques sans puis avec serrage initial. Les différentes sous-parties sont indépendantes.

Elasticité de la pince et éléments finis

Deux études par éléments finis sont proposées. L'une en élasticité plane et l'autre en élasticité 3D. Les caractéristiques du matériau utilisées sont les suivantes :

	E Mpa	ν
PA6T	$2.62 \cdot 10^3$	0.34

2.1 *Quelles informations doit-on fournir au logiciel d'élément fini pour pouvoir effectuer le calcul ?*

2.2 *Au vu des dimensions de la pince et de son chargement, proposer deux types de modélisations adaptées. Justifier*

L'étude en élasticité plane donne les résultats présentés Figure 2 pour deux modèles sous le même chargement de 100N.

2.3 En quoi ces deux modèles diffèrent-ils ?

2.4 Comparer les résultats obtenus.

2.5 Quel modèle donne les résultats les plus proches de la réalité ?

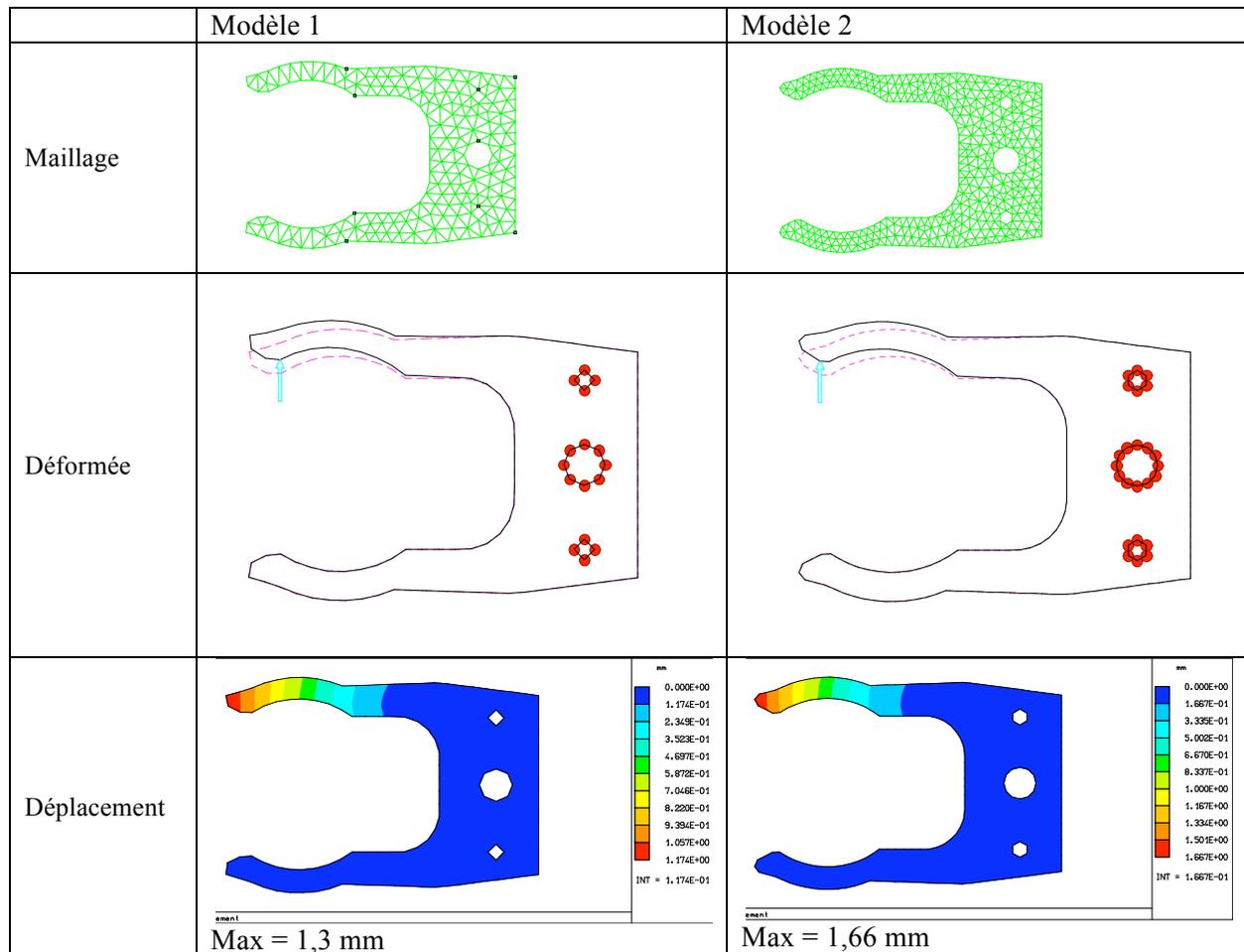


Figure 2 : Modèles plans

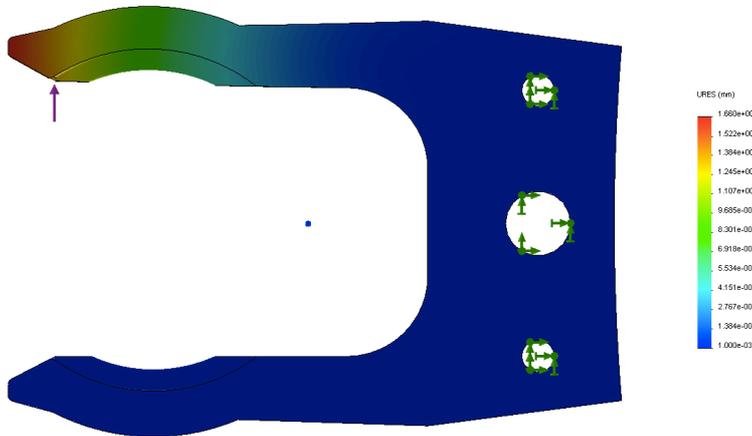
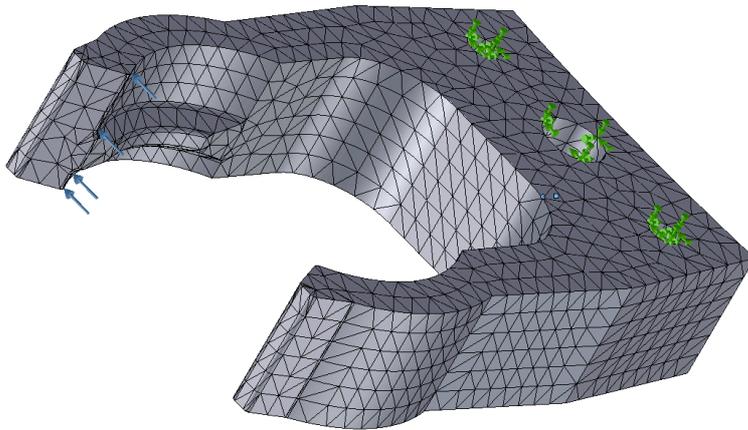
Les résultats de l'étude en élasticité 3D sont représentés Figure 3.

2.6 Comparer ces résultats à ceux de l'étude en élasticité plane.

2.7 Quelle est la raideur des bras de la pièce ?

2.8 Quel est l'effort maximum transverse appliqué à chaque bras de la pince lors de la mise en place du porte-outil ?

2.9 L'angle d'ouverture en bout de pince est de 30° . Quel effort doit appliquer l'opérateur pour insérer le porte-outil dans la pince ?



Déplacements : échelle de $1,000 \cdot 10^{-30} \text{ mm}$ en bleu à $1,660 \text{ mm}$ en rouge

Figure 3 : Résultats 3D

Efforts dynamiques

Lors d'un changement d'outil, l'outil initial étant repositionné dans le carrousel, celui-ci est mis en rotation afin de positionner le nouvel outil en face de la broche. Durant cette phase de rotation, la pince doit maintenir en position l'ensemble outil plus porte-outil malgré les effets dynamiques. Nous allons étudier ce comportement.

Données :

- Moment d'inertie du carrousel : $I = 3 \text{ kg.m}^2$
- Masse moyenne d'un outil : 2,5 kg
- Nombre d'outils positionnables dans le carrousel : 30
- Masse maximale d'un outil : 6 kg
- Temps de positionnement maximal d'un outil $T = 1,5 \text{ s}$ pour $\frac{1}{2}$ tour de rotation
- Distance de l'axe du carrousel aux axes des porte-outils : 35 cm

Le positionnement est effectué avec une loi de vitesse en trapèze comprenant une phase à accélération constante, une phase à vitesse de rotation constante et une phase à décélération constante. Ces 3 phases sont de même durée.

2.10 Déterminer la vitesse de rotation maximale et l'accélération angulaire du carrousel pour un demi-tour de celui-ci.

2.11 A partir de quel angle de positionnement la phase de rotation à vitesse constante devient-elle négligeable.

2.12 Estimer, en précisant vos hypothèses, le couple nécessaire à appliquer sur l'axe du carrousel pour permettre le changement d'outil.

Déformation sous les effets dynamiques

On supposera que l'accélération angulaire maximale est de 14 rd.s^{-2} . L'axe du carrousel est vertical, défini par (O, \vec{z}) sur la Figure 4, tel que $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ soit une base orthonormée directe liée au carrousel. Le sens de rotation est positif.

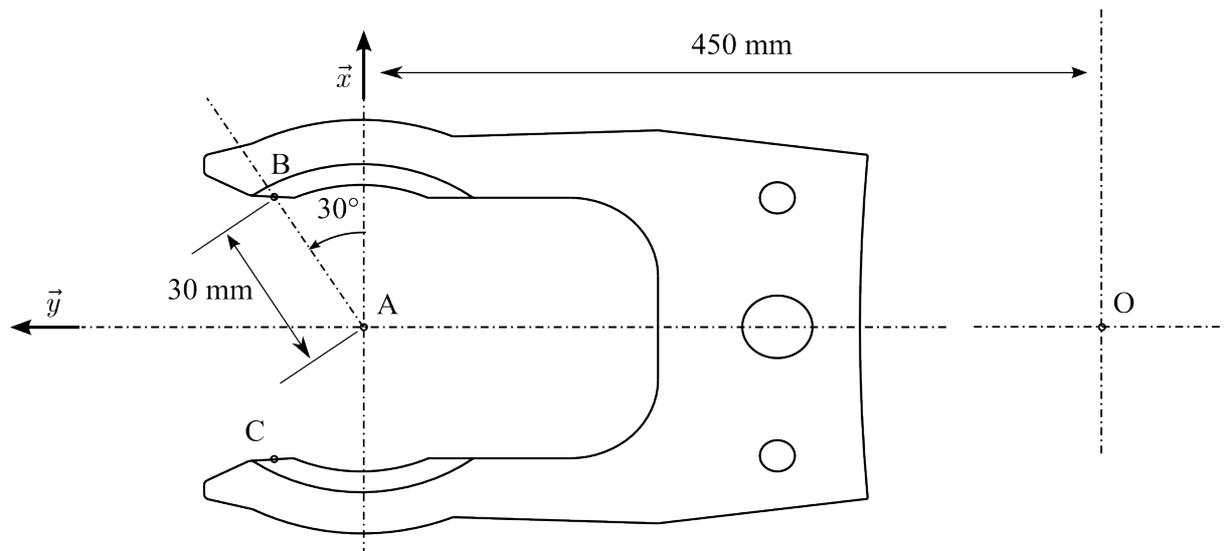


Figure 4 : Pince

2.13 Déterminer la résultante des actions de la pince sur le porte-outil dans le cas le plus défavorable. Vous préciserez votre modèle par un schéma, les hypothèses utilisées, le système isolé et le(s) théorème(s) ou principe(s) utilisé(s).

Nous supposons que les contacts entre le porte-outil et les deux bras de la pince sont modélisables par des liaisons ponctuelles en B et C, tels qu'ils sont définis Figure 4. A ceci s'ajoute une liaison de type appui-plan réalisée entre les surfaces du guide porte-outil et l'encoche de positionnement du porte-outil (cf. annexes A et B).

2.14 Déterminer, dans la base tournante liée au carrousel $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$, ces actions en A et B en fonction des paramètres du système. Faire l'application numérique.

La raideur de chaque bras de la pince, définie suivant le principe de la Figure 3, est supposée être de 41 N/mm.

2.15 *En déduire l'écartement des deux bras de la pince.*

2.16 *Conclure quant au bon maintien du porte-outil par la pince dans ces conditions et pour ce modèle. L'écartement des bras de la pince nécessaire au passage du porte-outil est supposé ici de 10mm.*

Efforts de contact avec précharge

Dans cette sous-partie, vous mettrez en place les éléments principaux d'une étude prenant en compte le serrage initial de la pince. L'étude s'appuie sur l'analyse du champ de pression sur la surface de contact entre la pince et le porte-outil. Les effets du guide porte-outil et du poids ne sont pas pris en considération.

La surface de contact est supposée constituée de deux portions de cylindres, de hauteur e , de rayon R , correspondant au contact avec chacun des bras.

Dans un premier temps, nous ne nous intéresserons qu'au bras gauche.

Le paramétrage des points M de la surface de contact est réalisé en coordonnée cylindrique (θ, z) avec $(\vec{e}_r(\theta), \vec{e}_\theta(\theta), \vec{z})$ la base locale. θ est compris entre $-\theta_0$ et θ_0 avec $\theta_0 = 30^\circ$.

Le paramétrage est donné Figure 5.

Le champ de pression de contact initial est supposé uniforme, de valeur p_0 , et suffisant pour qu'il n'y ait aucun décollement (par annulation de la pression de contact). La zone de contact n'évolue pas.

La variation du champ de pression, sous l'effet de l'effort extérieur, est déterminée en supposant que le porte-outil se translate d'une distance d , petite, dans la direction radiale d'angle α :

$$\vec{U} = d\vec{e}_r(\alpha)$$

La variation de la pression de contact $\Delta P(M)$ liée à ce déplacement, en un point M de la surface de contact, est déterminée par :

$$\Delta P(M) = K\vec{U} \cdot \vec{e}_r(M)$$

avec K un coefficient de proportionnalité constant.

2.17 *Que représente physiquement la grandeur $\vec{U} \cdot \vec{e}_r(M)$?*

2.18 *Déterminer le champ de variation de pression ΔP en fonction de θ et α .*

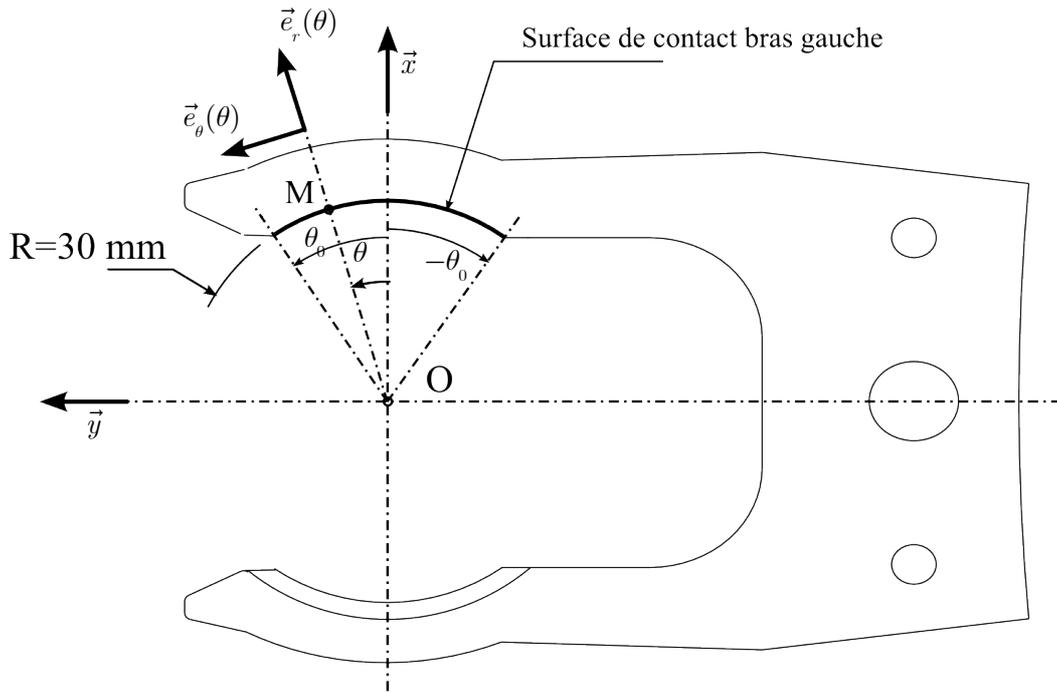


Figure 5 : Paramétrage de la surface de contact entre le bras gauche de la pince et le porte-outil

2.19 Quelle hypothèse, faite ici, permet de prendre en compte des variations de pression négatives ?

2.20 Ecrire la variation de la force de contact, du porte-outil sur la pince, s'exerçant sur un élément de surface dS centré en M , notée $\Delta\vec{f}(M)$.

2.21 Déterminer, la résultante \vec{F}_1 des actions de contact du porte-outil sur le bras gauche par intégration de la relation précédente. Vous pourrez utiliser les résultats intermédiaires ci-dessous.

$$\int_{-\theta_0}^{\theta_0} \cos(\theta) \vec{e}_r(\theta) d\theta = \left(\theta_0 + \frac{1}{2} \sin(2\theta_0) \right) \vec{x}$$

$$\int_{-\theta_0}^{\theta_0} \sin(\theta) \vec{e}_r(\theta) d\theta = \left(\theta_0 - \frac{1}{2} \sin(2\theta_0) \right) \vec{y}$$

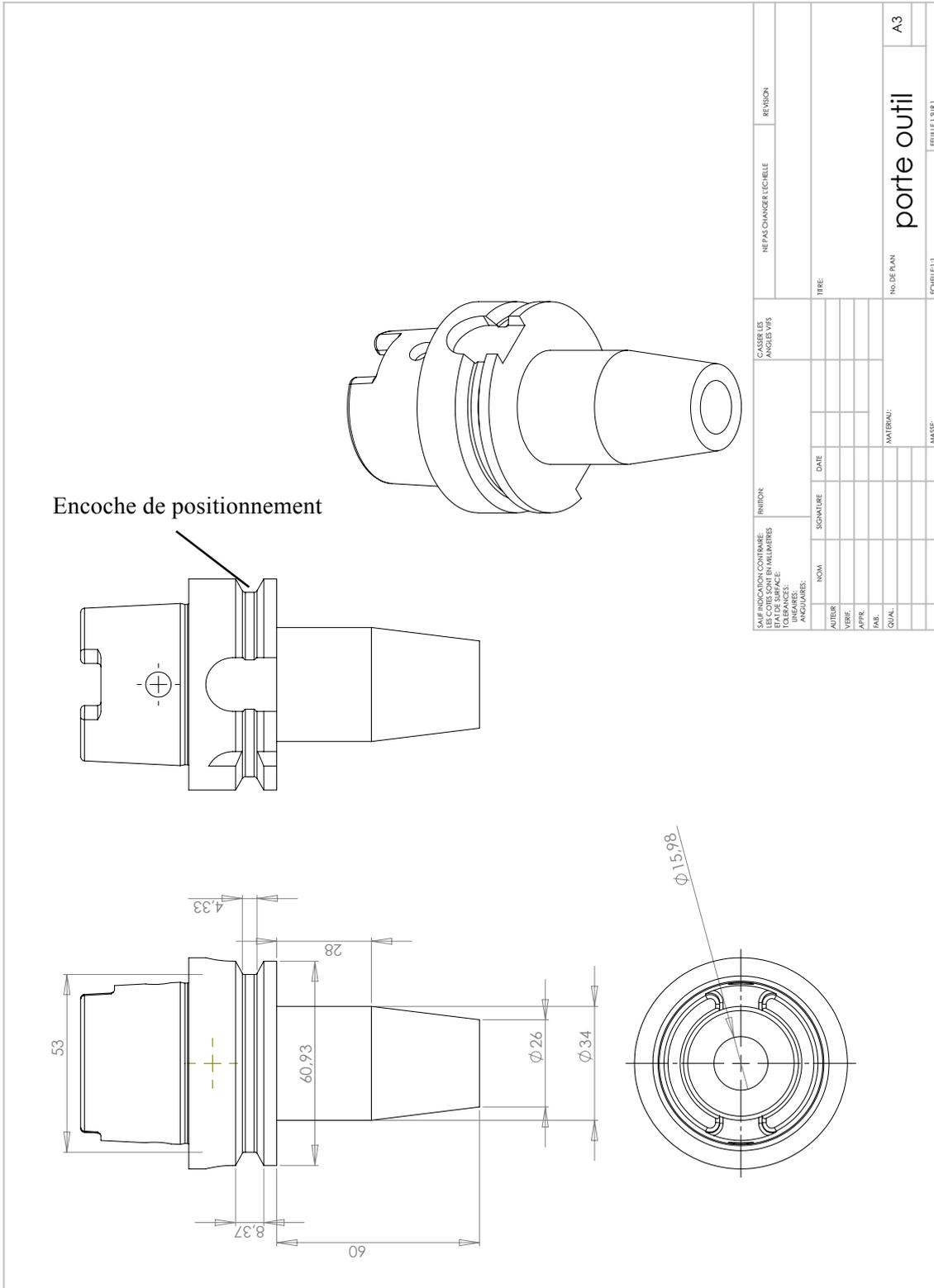
\vec{F}_1 est paramétré ainsi : $\vec{F}_1 = F_1 \vec{e}_r(\delta)$. Déterminer α en fonction de δ et θ_0 .

2.22 En déduire, \vec{F}_2 , résultante de l'action de contact du porte-outil sur le bras droit.

2.23 Dans le cas particulier où $\alpha = \delta = 90^\circ$ et $F_1 = 100N$ déterminer le produit Kd et en déduire la pression initiale p_0 permettant d'assurer la condition de non décollement.

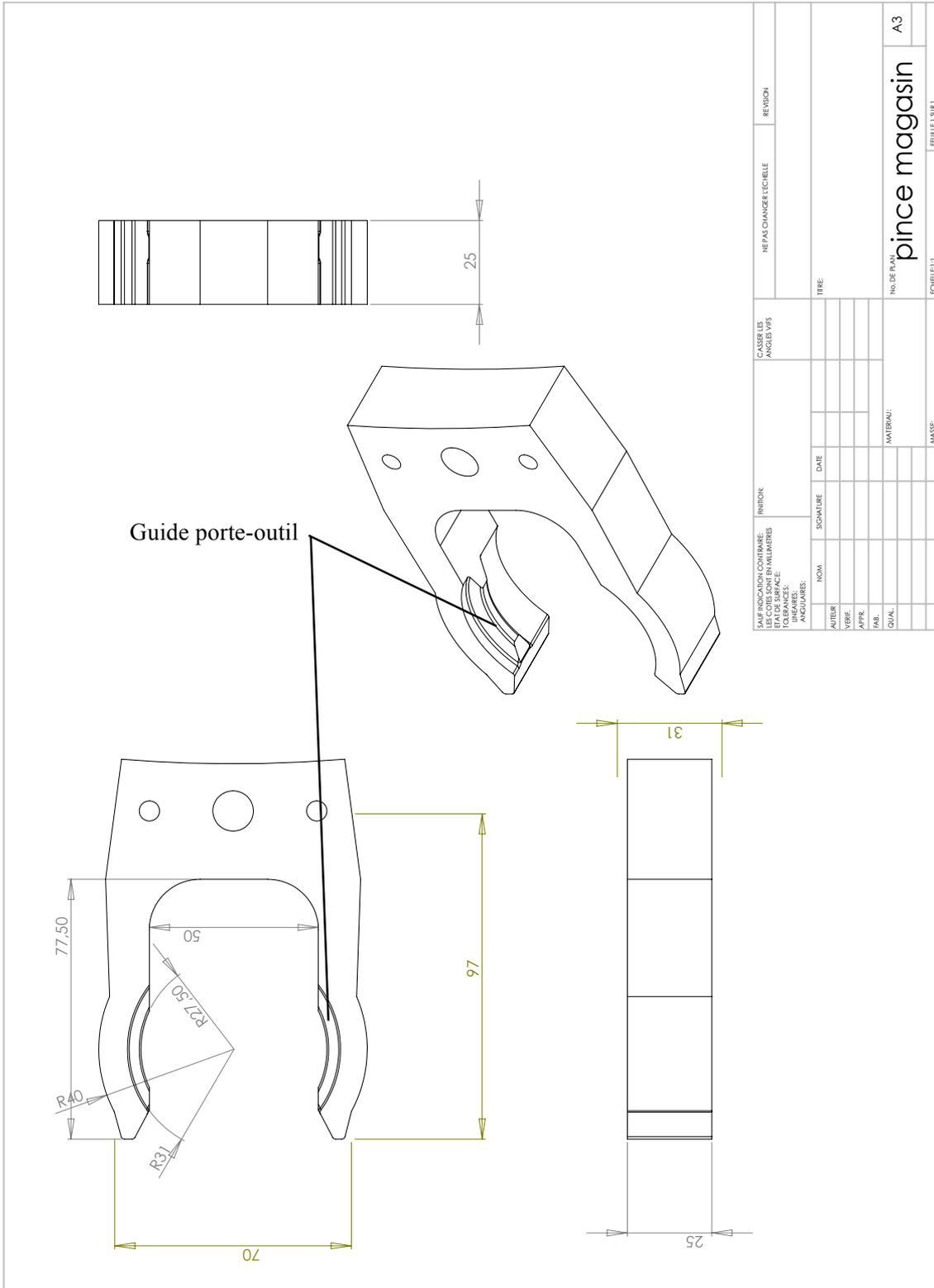
2.24 Définir la suite de calculs nécessaire à la détermination des actions de contact permettant de conclure l'étude.

ANNEXE A



FAUTEUR AUTEUR		SIGNATURE		DATE		MATERIAU		MASSE	
VERIF.									
APPR.									
FAB.									
QUAL.									
NOM		SIGNATURE		DATE		MATERIAU		MASSE	
TITRE									
REVISION		NE PAS CHANGER L'ECHELLE		REVISION		NO. DE PLAN		A3	
CASER LES ANGLES 5/15		ECHELLE 1:1		FEUILLE SUR 1		porte outil			

ANNEXE B



ANNEXE C : FORMULAIRE ET DONNEES

On rappelle que :

$\mu = \frac{E}{2(1+\nu)}$	$E = \frac{\mu(3\lambda + 2\mu)}{\lambda + \mu}$
$\lambda = \frac{\nu E}{(1-2\nu)(1+\nu)}$	$\nu = \frac{\lambda}{2(\lambda + \mu)}$

En coordonnées cylindriques : $(\vec{e}_r, \vec{e}_\theta, \vec{e}_z)$

gradient :
$$\vec{\text{grad}} f = \left[\frac{\partial f}{\partial r}, \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial \theta}, \frac{\partial f}{\partial z} \right]$$

divergence :
$$\text{div} \vec{W} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(rW_r) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta}(W_\theta) + \frac{\partial}{\partial z}(W_z)$$

rotationnel :
$$\vec{\text{rot}} \vec{W} = \left[\frac{1}{r} \frac{\partial W_z}{\partial \theta} - \frac{\partial W_\theta}{\partial z}, \frac{\partial W_r}{\partial z} - \frac{\partial W_z}{\partial r}, \frac{1}{r} \left(\frac{\partial}{\partial r}(rW_\theta) - \frac{\partial W_r}{\partial \theta} \right) \right]$$

déformations (gradient symétrisé) :

$$\underline{\underline{\varepsilon}} = \begin{pmatrix} \varepsilon_{rr} = \frac{\partial W_r}{\partial r} & * & \varepsilon_{rz} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial W_r}{\partial z} + \frac{\partial W_z}{\partial r} \right) \\ \varepsilon_{r\theta} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial W_r}{\partial \theta} + \frac{\partial W_\theta}{\partial r} - \frac{W_\theta}{r} \right) & \varepsilon_{\theta\theta} = \frac{1}{r} \frac{\partial W_\theta}{\partial \theta} + \frac{W_r}{r} & * \\ * & \varepsilon_{\theta z} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial W_\theta}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial W_z}{\partial \theta} \right) & \varepsilon_{zz} = \frac{\partial W_z}{\partial z} \end{pmatrix}$$

divergence d'un tenseur :

$$\text{div} \underline{\underline{\sigma}} = \begin{cases} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(r\sigma^{rr}) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta}(\sigma^{r\theta}) + \frac{\partial}{\partial z}(\sigma^{rz}) - \frac{1}{r}(\sigma^{\theta\theta}) \\ \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r}(r^2\sigma^{r\theta}) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta}(\sigma^{\theta\theta}) + \frac{\partial}{\partial z}(\sigma^{\theta z}) \\ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(r\sigma^{rz}) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta}(\sigma^{\theta z}) + \frac{\partial}{\partial z}(\sigma^{zz}) \end{cases}$$

Équation de Navier (sous une de ses formes complètes) :

$$(\lambda + 2\mu) \vec{\text{grad}}(\text{div} \vec{U}) - \mu \vec{\text{rot}} \vec{\text{rot}} \vec{U} + (\rho \vec{F} - \vec{\gamma}) = \vec{0}$$