Transformation de la Matière

Unités d'enseignement disciplinaire
Centre d'Aix en Provence

Recueil d'exercices
Mécanique de la rupture – **Fracture Mechanic**

L. Barrallier[1]

[1] **ENSAM Aix en Provence**

October 23, 2014

Content

1. Mécanique de la rupture
   - Taille critique de fissure
   - Loi de propagation

2. Crack propagation

- A specimen of a 4340 steel alloy with a plane strain fracture toughness of 54.8 MPa.$\sqrt{\text{m}}$ is exposed to a stress of 1030 MPa. Will this specimen experience fracture if it is known that the largest surface crack is 0.5 mm long? Why or why not? Assume that the parameter α has a value of 1.0.
- Some aircraft component is fabricated from an aluminum alloy that has a plane strain fracture toughness of 40 MPa.$\sqrt{\text{m}}$ It has been determined that fracture results at a stress of 300 MPa when the maximum (or critical) internal crack length is 4.0 mm. For this same component and alloy, will fracture occur at a stress level of 260 MPa (38,000 psi) when the maximum internal crack length is 6.0 mm? Why or why not?
- Suppose that a wing component on an aircraft is fabricated from an aluminum alloy that has a plane strain fracture toughness of 26 MPa.$\sqrt{\text{m}}$. It has been determined that fracture results at a stress of 112 MPa when the maximum internal crack length is 8.6 mm. For this same component and alloy, compute the stress level at which fracture will occur for a critical internal crack length of 6.0 mm.

Objectifs

Trouver une relation entre limite d'élasticité maximale admissible et la limite de détection par CND permettant d'éviter tout risque de rupture brutale.

Étude d'un acier maraging

- Composition
  - % C le plus faible possible ($\leq 0,2\%$)
  - $18 \leq$ % Ni ≤ 20 — $5 \leq$ % Mo ≤ 10 — $5 \leq$ % Cr ≤ 20
  - Ti, Al, Cu quelques %
- Traitement thermique
  - **Austénitisation** – faible dureté car % C faible
  - **Trempe huile** – martensite + austénite non transformée
  - **Revenu 450-500°C** – précipitation de composés intermétalliques de type Ni_3Al,...
- Bon compromis entre K_{IC}, R_m, R_e et $A\%$

Problème

Les aciers maraging sont des aciers à haute limite d'élasticité dont on peut relier la tenacité à la rupture K_{IC} à la limite d'élasticité R_e par la relation :

$$K_{IC} = 630 - 0,325 R_e \text{ en MPa.m}^{1/2}$$

On se placera dans le cas d'une structure épaisse (déformation plane) pour laquelle le facteur de sévérité par rapport à la limite d'élasticité est égal à 1,5. On prendra $\alpha\sqrt{\pi} = 2$.
Déterminer la relation entre la limite de détection des différents type de CND que vous connaissez et la limite d'élasticité du matériau afin d'éviter tout risque de rupture brutale.

Objectifs

Dimensionnement avec prise en compte de la fissuration, ténacité, propagation des fissures de fatigue

Problème

On désire réaliser un réservoir destiné à stocker un gaz sous une pression de 21 MPa (210 bars). Le réservoir est dimensionné, pour rester dans son domaine d'élasticité d'une part avec un coefficient de sécurité de 1,6, et d'autre part pour qu'un éventuel défaut conduise à une fuite plutôt qu'à une explosion. Il faudra donc faire intervenir la notion de ténacité du matériau, qui représente sa résistance à la propagation instable d'une fissure.
À l'issue de ce dimensionnement, on désire connaître la durée de vie en fatigue de la pièce :

- après un essai de timbrage (pression test de 1,5 fois la pression de service) ;
- après un contrôle non-destructif par ultrasons pour lequel est garantie la détection de défauts dont une dimension est supérieure à 2 mm.

Hypothèses

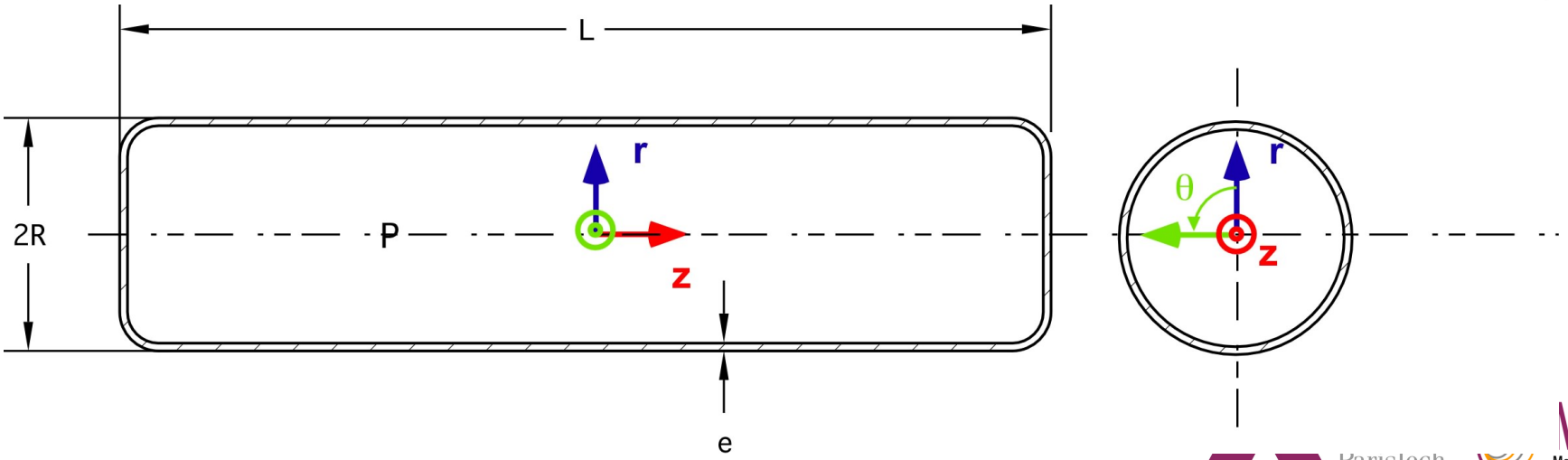
- Réservoir cylindrique à parois minces
- Longueur L fixée, $L \gg 2R$
- Le rayon, l'épaisseur, le matériau et la masse sont à déterminer

Données disponibles

- Matériaux

Matériau	Limite d'élasticité ($R_{p_{0,2}}$) [MPa]	Densité (ρ) [kg.m^{-3}]	Ténacité (K_{IC}) [MPa.m$^{1/2}$]	Loi de Paris Exposant (m) [$\frac{da}{dN}$ en m/cycles]	Loi de Paris Coefficient (C) [$\frac{da}{dN}$ en m/cycles]
20NiMo3	450	7800	220	2,9	$4{,}3.10^{-13}$
35NiCrMo16	1500	7800	80	2,5	$3{,}9.10^{-11}$
XC38	325	7800	60	3,5	$1{,}5.10^{-11}$
TiAl6V	827	4480	96	2,5	$2{,}4.10^{-10}$
7075-T6	620	2700	55	2,88	$1{,}0.10^{-9}$

- Fissure : le facteur d'intensité de contrainte $K_I = 2\tilde{\sigma}\sqrt{a}$ où $\tilde{\sigma}$ est la plus grande contrainte principale.



Dimmensionnement du réservoir

- Calculez σ_{zz}, σ_{rr} et $\sigma_{\theta\theta}$, composantes du tenseur des contraintes $\underline{\underline{\sigma}}$ dans le repère cylindrique (r, θ, z) où le tenseur à une forme diagonale (on se limitera à la paroi cylindrique);
- Exprimer le critère permettant de vérifier que la pièce reste dans son domaine d'élasticité ;
- Exprimer le critère permettant de vérifier qu'il y aura fuite avant rupture. L'éclatement du réservoir étant à éviter dans tout les cas.
- Point de fonctionnement : calculer le couple (rayon, épaisseur) optimal qui est l'intersection des deux critères et noté (R_{opt}, e_{opt}). Expliquez en quoi ce point est un optimum.
- Calculez l'évolution du rapport $f = \dfrac{\text{volume stocké}}{\text{masse de réservoir}}$ en fonction du rayon R du réservoir. Donnez la valeur maximale de ce rapport.
- A.N. Pour chaque matériau, calculez R_{opt}, e_{opt}, f_{max}. Discutez des choix de matériau en fonction des types de réservoir, grand réservoir terrestre, grand réservoir embarqué, petit réservoir embarqué...

Durée de vie du réservoir

- **Essai de timbrage** – Cet essai est un essai de contrôle destructif. Une pression supérieure à la pression de service (1,5 P) est appliquée au réservoir (d'où le coefficient de sécurité 1,6 sur la limite d'élasticité). Si la pièce contient un défaut tel que $K_I = K_{IC}$ le réservoir se rompt. L'essai doit être réalisé en fosse. Calculez la valeur maximale a_T du défaut potentiel dans un réservoir qui a résisté à l'essai de timbrage. On suppose que le réservoir a des dimensions optimales $R = R_{opt}$, $e = e_{opt}$.
- **Contrôle non destructif** – Un contrôle non-destructif par ultrasons permet de détecter des défauts d'une longueur a_{US}=2 mm. Dans quel cas doit on appliquer l'essai de timbrage et dans quel cas doit on préferer le contrôle par ultrasons.
- **Durée de vie** – Connaissant les coefficients m et C de la Loi de Paris : $\frac{da}{dN} = C\Delta K^m$ calculez la durée de vie minimale du réservoir, en fonction de la dimension initiale de la fissure ($a = a_T$ ou $a = a_{US}$) et de sa dimension finale. Un cycle correspond à la mise sous pression P du réservoir.
- **A.N.** – Calculez les durées de vie du réservoir pour chaque matériau. Quels sont les matériaux candidats pour la réalisation d'une bouteille de plongée ? Quels autres critères devront être pris en compte ? Même question pour la réalisation d'un accumulateur de circuit hydraulique.

Stainless steel in PWR water

- Material
  - Designation : 316L
  - Yield Stress : 250 MPa
  - Toughness : 90 MPa.m$^{1/2}$
- Paris Law
  - In the air $\frac{da}{dN} = 2.6.10^{-8}\Delta K^{2,7}$
  - In the PWR water $\frac{da}{dN} = 1.9.10^{-5}\Delta K^{1,4}$
- Mechanical Loading
  - Maximun Stress : 150 MPa
  - Minimum Stress : 40 MPa
- Crack
  - $K_I = \tilde{\sigma}\sqrt{\pi a}$
  - Initial crack lenght : 0.3 mm

Questions

- Critical crack size
- Number of cycles before brutal crack

Critical crack size

- Maximum value of K_I

$$K_{I\,Max} = \sigma_{Max}\sqrt{\pi a}$$

- Critical crack size a_c

$$K_{I\,Max} = K_{I\,c}$$

$$\sigma_{Max}\sqrt{\pi a_c} = K_{I\,c}$$

$$a_c = \frac{1}{\pi}\left(\frac{K_{I\,c}}{\sigma_{Max}}\right)^2$$

$$a_c = \frac{1}{\pi}\left(\frac{90}{150}\right)^2 = 0,1145 \text{ m}$$

Critical crack size

- Integration of Paris Equation

$$\frac{da}{dN} = C\Delta K^n$$

$$\Delta K = K_{Max} - K_{min} = \sigma_{Max}\sqrt{\pi a} - \sigma_{min}\sqrt{\pi a}$$

$$\Delta K = \Delta\sigma\sqrt{\pi a}$$

$$\frac{da}{dN} = C\Delta\sigma^n \pi^{n/2} a^{n/2}$$

$$a^{-n/2} da = C\Delta\sigma^n \pi^{n/2} dN$$

$$\int_{a=a_i}^{a=a_c} a^{-n/2} da = \int_{N=0}^{N=N_r} C\Delta\sigma^n \pi^{n/2} dN$$

$$\left[\frac{a^{-n/2+1}}{-n/2+1}\right]_{a=a_i}^{a=a_c} = \left[C\Delta\sigma^n \pi^{n/2} N\right]_{N=0}^{N=N_r}$$

$$\left(\frac{a_c^{-n/2+1} - a_i^{-n/2+1}}{-n/2+1}\right) = C\Delta\sigma^n \pi^{n/2} N_r$$

Number of cycles before brutal crack

- N.A.

$$N_r = \frac{a_c^{-n/2+1} - a_i^{-n/2+1}}{C\pi^{n/2}\Delta\sigma^n(-n/2+1)}$$

$$N_r^{air} = \frac{0.115^{-2.7/2+1} - 0.0003^{-2.7/2+1}}{2,6.10^{-8}\pi^{2.7/2}(150-40)^{2.7}(-2.7/2+1)} = 1079\ cycles$$

$$N_r^{eau} = \frac{0.115^{-1.4/2+1} - 0.0003^{-1.4/2+1}}{1,9.10^{-5}\pi^{1.4/2}(150-40)^{1.4}(-1.4/2+1)} = 47\ cycles$$

Initial size of crack for PWR water for 1079 cycles

- N.A.

$$a_i = \left(a_c^{-n/2+1} - N_r C \pi^{n/2} \Delta\sigma^n (-n/2+1)\right)^{\frac{1}{-n/2+1}}$$

$$a_i = \left(0,115^{-1.4/2+1} - 1079 \times 1,9.10^{-5} \pi^{1.4/2} (150-40)^{1.4} (-1.4/2+1)\right)^{\frac{1}{-1.4/2+1}}$$