

C30172

Ecole Normale Supérieure de Cachan

61 avenue du président Wilson
94230 CACHAN

Concours d'admission en 3^{ème} année

MÉCANIQUE

Session 2010

**Épreuve de
MÉCANIQUE ET CONCEPTION**

Durée : 4 heures

« Aucun document n'est autorisé ».

« L'usage de calculatrice électronique de poche à alimentation autonome, non imprimantes et sans document d'accompagnement, est autorisé selon la circulaire n°99018 du 1^{er} février 1999. De plus, une seule calculatrice est admise sur la table, et aucun échange n'est autorisé entre les candidats ».

« Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre ».

ETUDE D'UN REDUCTEUR DE DENTISTE

Objectif du sujet :

On se propose d'étudier la cinématique puis la dynamique d'un réducteur, d'un outil à main de dentiste. Ensuite nous étudierons le dimensionnement et un avant projet de solution alternative pour ce réducteur. Une vue de ce type d'outil vous est donnée ci-dessous.



Le sujet comporte 4 parties indépendantes

Partie 1 : Analyse dynamique de l'existant

Partie 2 : Etude de l'arbre satellite du nouveau réducteur

Partie 3 : Etude de la liaison encastrement pignons - arbre satellite.

Partie 4 : Avant projet du nouveau réducteur

Annexe 1 : plan de l'ancien réducteur

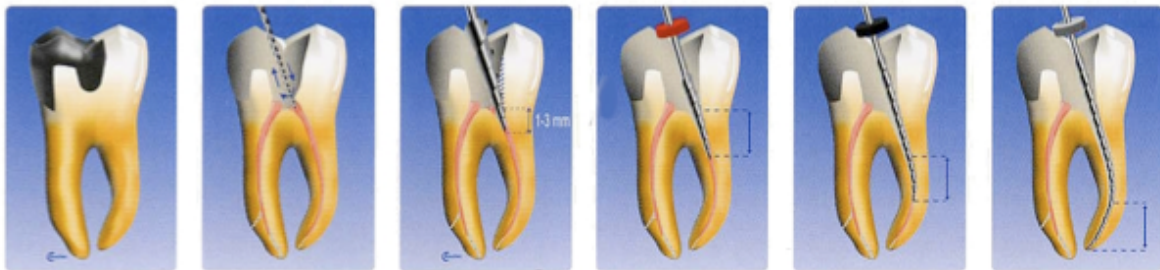
Annexe 2 : formulaire

Annexe 3 : plan A3 à rendre avec votre copie

Analyse de l'existant et cahier des charges sommaires du mécanisme :

Il permet au dentiste de réaliser divers travaux sur les dents d'un patient.

Exemples de travaux réalisés avec ce type d'outils



Description du produit :

La vitesse de rotation d'entrée est de 40 000 trs/min.

La vitesse de rotation de sortie varie de 400 à 4 000 trs/min : pour cela, le dentiste change d'outils, en prenant celui le mieux adapté au travail demandé.

Le couple maximum, en sortie est de 60 N.mm.

Le réducteur occupe un encombrement défini par un cylindre de Ø 12 mm sur une longueur de 50 mm.

La lubrification de l'ensemble est réalisée par un flux d'air et de liquide désinfectant, traversant l'ensemble du module et venant nettoyer la zone à traiter.

Les matériaux employés doivent supporter les différents éléments suivants :

- phase de travail : salive et sang du patient, liquide de lubrification
- phase de stérilisation : passage en étuve à 220°C sous 2,5 bars.

Problématique :

La nouvelle gamme de produit d'assistance, incorpore un calculateur électronique relié à un capteur de couple (Cf figure page suivante). Lorsque le capteur détecte un changement de couple dans l'instrument, il en déduit que l'opération canalaire touche à sa fin (arrivée en bout de canal) et inverse alors automatiquement le sens de rotation de l'outil ou émet une série de "bip" pour avertir le praticien.

Les tests réalisés avec l'ancien réducteur n'ont pas été concluants car le rendement de celui-ci, et donc le couple de sortie, varie même sans variation des contraintes appliquées sur l'instrument.



On va étudier un nouveau réducteur planétaire dont une vue 3D vous est donnée ci-dessous.

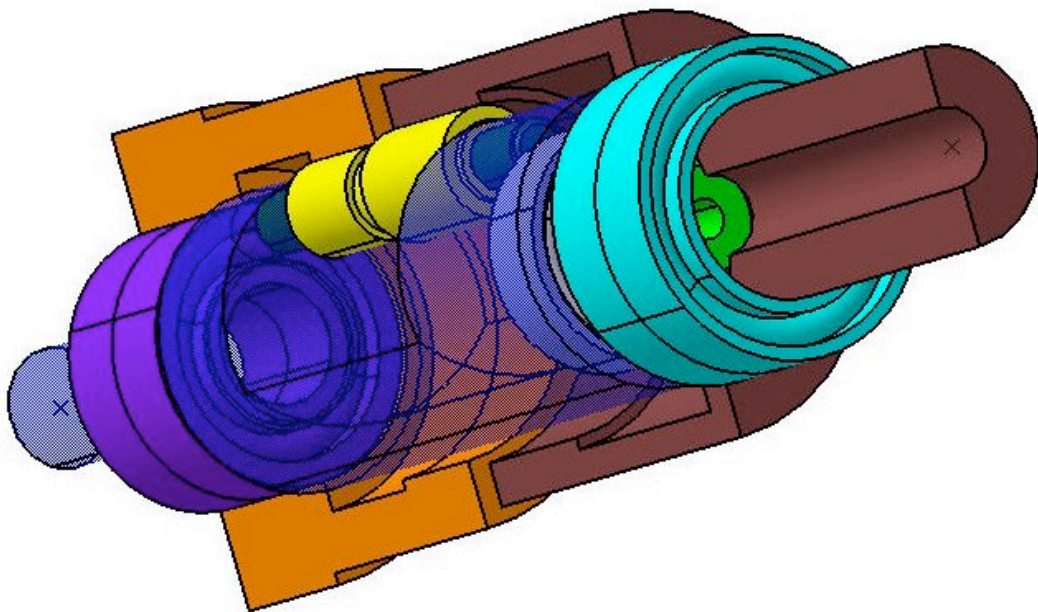


Figure 0.1 : avant projet du nouveau réducteur

Le schéma de ce réducteur vous est donné page suivante, les avantages sont :

- Possibilité de réutiliser des pièces pour différents rapports de réduction
- Possibilité d'avoir tous les rapports de réduction souhaités avec un seul train

Les inconvénients sont :

- Optimisation des dentures
- Equilibrage dynamique
- Conception plus contraignante

C'est ce qui fera partie de la partie 4, conception du nouveau réducteur.

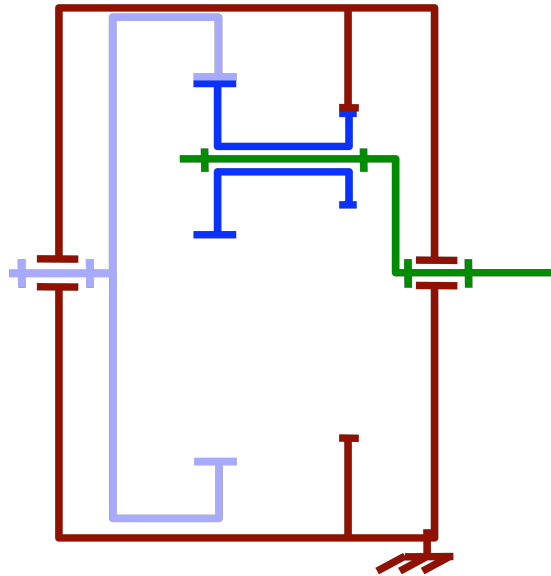


Figure 0.2 : schéma de principe du nouveau réducteur

L'entrée se fera sur le porte satellite (pièce verte), la sortie par la couronne en bleu. Les nombres de dents indiqués correspondent au couple d'engrenages à partir de l'entrée du mécanisme.

PARTIE 1

Analyse dynamique de l'existant

Etude cinématique

On se propose de déterminer le nombre de dents des différents engrenages coniques pour obtenir les rapports de réduction suivants :

- rapport 1/12, rapport 1/10 et rapport 1/8

1. A partir du plan donné en Annexe1, faire le schéma cinématique du réducteur en paramétrant le problème.
2. Donner le rapport théorique à partir des nombres de dents de chaque engrenage. Faire l'application numérique.

Etude dynamique d'un rouleau à aiguilles

On va appliquer le principe fondamental de la dynamique à un élément roulant de la cage à aiguille.

3. Isoler un élément roulant et faire le bilan des actions mécaniques extérieures.

4. Déterminer le torseur dynamique d'un élément roulant. Pour cela, on supposera un roulement sans glissement du rouleau au contact des pièces voisines. On prendra la vitesse de rotation de l'arbre d'entrée constante et on précisera correctement le paramétrage employé.

5. Appliquer le principe fondamental par son théorème du moment dynamique.

6. En déduire le couple gyroscopique. Qu'en concluez vous?

PARTIE 2

Etude de l'arbre satellite du nouveau réducteur

Dans le cadre de la vérification du dimensionnement, on s'intéresse à la tenue de l'arbre satellite du réducteur. Dans le cadre d'un pré-dimensionnement, l'arbre est modélisé par une poutre droite. L'objectif de cette partie est de déterminer la dimension du diamètre de l'arbre.

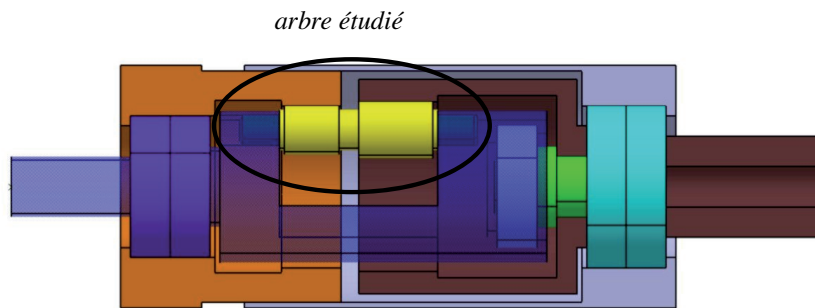


Figure 2.1 : situation de l'arbre satellite dans le réducteur

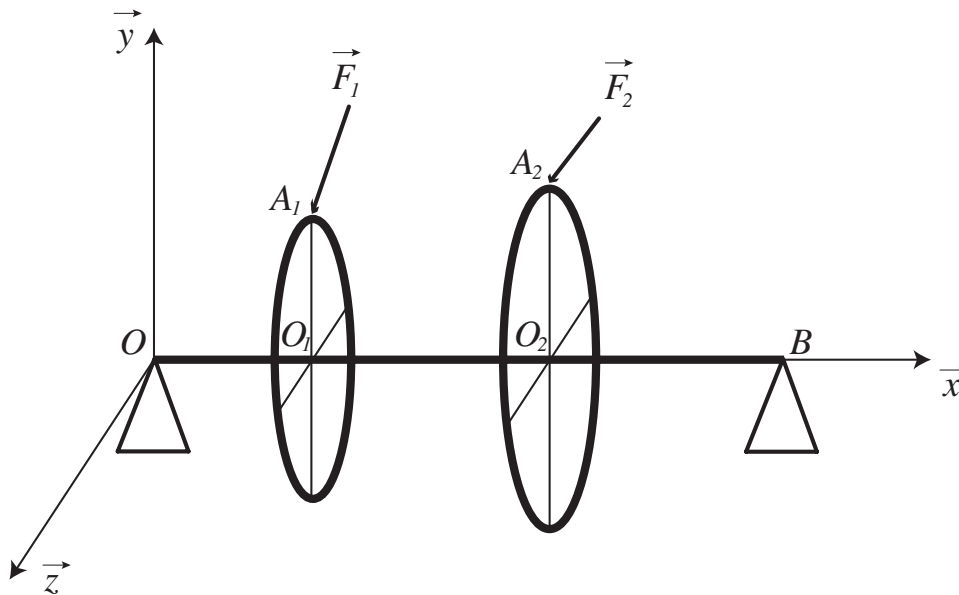


Figure 2.2 : modélisation poutre proposée pour l'arbre

L'étude est tridimensionnelle, on travaille dans le repère cartésien $(O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$. La poutre OB est de longueur L . Elle est composée de trois tronçons OO_1 , O_1O_2 et O_2B , de longueurs respectives L_1 , L_2 et $(L - L_1 - L_2)$:

$$\overrightarrow{OO_1} = L_1 \vec{x} \quad ; \quad \overrightarrow{O_1O_2} = L_2 \vec{x} \quad ; \quad \overrightarrow{OB} = L \vec{x}$$

On se place dans le cadre des petites perturbations. On étudie les déformations en statique sous les efforts ponctuels $\vec{F}_1 = T_1 \vec{z} - R_1 \vec{y}$ et $\vec{F}_2 = T_2 \vec{z} - R_2 \vec{y}$, appliqués respectivement en A_1 et A_2 . La section de l'arbre est un disque de diamètre d . Les deux pignons P_1 et P_2 sont représentés par deux disques rigides de centres respectifs O_1 et O_2 et de rayons respectifs r_1 et r_2 (donc sans épaisseur) :

$$\overrightarrow{O_1 A_1} = r_1 \vec{y} \quad ; \quad \overrightarrow{O_2 A_2} = r_2 \vec{y}$$

La poutre est appuyée simplement à ses deux extrémités O et B . Le matériau constitutif de la poutre est de l'acier, le module d'Young vaut E et le coefficient de Poisson vaut ν . La figure suivante schématise les différentes actions mécaniques, conditions limites et les différents paramètres géométriques de la poutre.

1. Préciser les inconnues de déplacement (déplacements généralisés de la ligne moyenne de la poutre : en translations et en rotation) et les inconnues d'effort (efforts généralisés : efforts et moments) du problème poutre .
2. Rappeler l'hypothèse d'Euler-Bernoulli.
3. Ecrire l'ensemble des équations à vérifier par les inconnues identifiées à la question précédente (équations de liaison, d'équilibre et relation de comportement).
4. Calculer les efforts généralisés le long de la poutre.
5. Tracer l'allure déformée.
6. Calculer la matrice des contraintes en tout point de la poutre.
7. Le matériau constitutif de la poutre est un acier, rappeler la valeur numérique de la limite élastique σ_e . Enoncer et appliquer le critère de Von-Mises. En déduire l'expression de la valeur minimale pour d .
8. Dans la modélisation proposée l'effet de structure du pignon est négligée : comment pourrait-on prendre en compte sa présence : proposez brièvement une modélisation.

PARTIE 3

Etude de la liaison encastrement pignons - arbre satellite

La liaison encastrement des pignons sur l'arbre satellite est réalisée par serrage. On modélise l'action de l'arbre sur le pignon par une pression p_0 . Le pignon est modélisé par un milieu continu. Dans cette partie, on cherche à calculer la pression maximale que l'on peut installer sur pignon.

La géométrie est supposée être une portion cylindre de révolution creux. Les notations cylindriques classiques sont introduites (Annexe 2).

La géométrie de la portion de cylindre est fixée par la donnée de la hauteur h , des rayons intérieurs et extérieurs notés respectivement r_i et r_e .

On suppose que le chargement est une pression constante d'intensité p_0 sur le rayon intérieur r_i . On suppose que l'action de la pression atmosphérique p_{atm} s'exerce sur les autres faces.

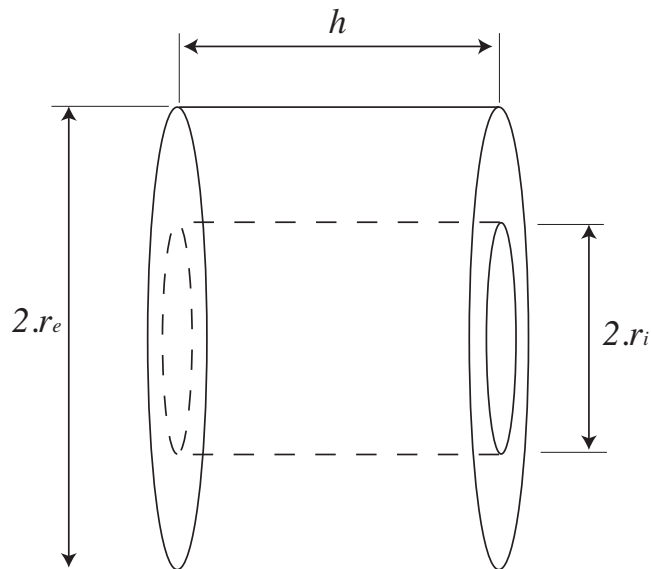


Figure 3.1 : situation de l'arbre dans le réducteur

On se place dans le cadre de la statique et on fait l'hypothèse des petites perturbations.

1. Préciser les bords du milieu continu tridimensionnel étudié, et donner la mesure de son volume. Evaluer son poids. Ecrire la condition à vérifier pour négliger l'effet du poids dans notre étude. On supposera cette condition vérifiée par la suite.
2. Ecrire toutes les équations que doit vérifier le tenseur des contraintes.
3. Ecrire toutes les équations que doit vérifier le vecteur déplacement.

4. Le matériau étudié supposé est homogène, isotrope et élastique linéaire : préciser physiquement à quoi correspond chacune de ces propriétés. Le matériau constitutif des pignons (Acier) vous paraît-il vérifier ces propriétés ?
5. Ecrire la relation de comportement entre le tenseur des contraintes et le déplacement sous les hypothèses précédentes.
6. On cherche la solution sous la forme : $\vec{u} = r.f(r) \vec{e}_r + g(z) \vec{e}_z$
Déterminer les fonctions $f(r)$ et $g(z)$. (on utilisera l'Annexe 2)
7. Appliquer le critère de Von Mises à la contrainte et déterminer la pression maximale p_0 que le pignon peut supporter en fonction de la limite d'élasticité du matériau σ_e et des données.
8. Calculer le couple maximal transmissible par cette liaison encastrement en fonction des paramètres matériau. On prendra un coefficient de sécurité de 1,5.

PARTIE 4

Avant projet de conception du nouveau réducteur

Le cahier des charges sommaire fourni par le constructeur est défini par le tableau ci-dessous :

Critères	Niveaux	Limites
Rapport de réduction	1/10 – 1/15 -1/32 – 1/50	± 5 %
Vitesse de rotation d'entrée	40 000 tours/min	± 5 %
Coupe en sortie	60 N.mm	Maximum
Dimension	Ø 12 mm * longueur 72 mm	Maximum
Volume de liquides avant arrêt	<i>Non communiqué</i>	<i>Non communiqué</i>
Vibrations	Ne pas gêner le praticien	Sensibilité du dentiste
Réaction Matériaux - vapeur d'eau à 150°C et 2,2 bar	Aucune	Aucune
Durée de vie (10 cycles par jours)	10 ans	Minimum

Pour des raisons économiques, on cherche à minimiser le nombre de pièces nécessaires et l'entreprise utilisera les matériaux suivants :

- engrenages : Peek
- Axes : acier inox
- Les modules d'engrenages sont fixés à $m = 0,25$ mm

Sur le format A3 préimprimé, réaliser à l'échelle 10, l'avant projet de conception du nouveau réducteur en respectant un diamètre de 12 mm pour l'ensemble et un encombrement en largeur de 40 mm.

Le diamètre de l'arbre d'entrée est fixé à Ø 3 mm et l'arbre de sortie est fixé à Ø 4 mm.

On prendra comme nombre de dents pour les différents engrenages, ce qui correspond au rapport de réduction le plus petit :

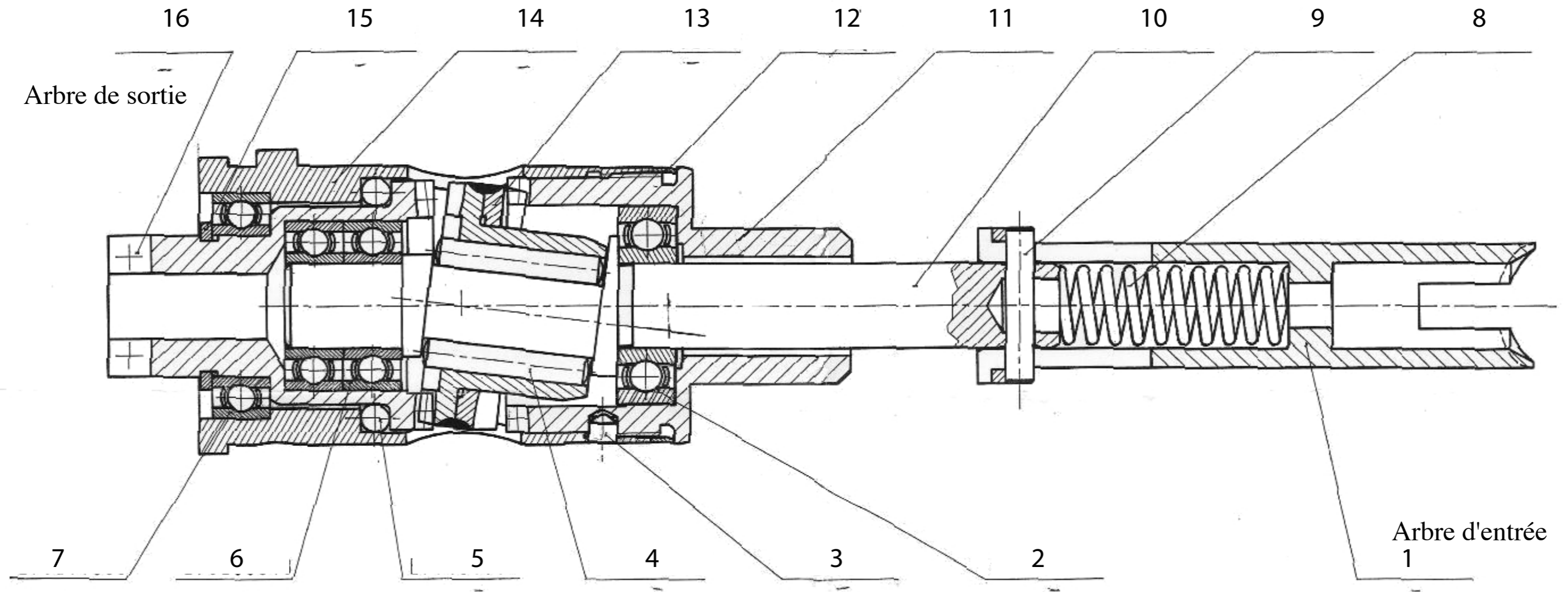
- Couronnes : 40 et 39 dents
- Pignons : 13 et 12 dents

On spécifiera les conditions fonctionnelles de montage (ajustements et jeux).

Types de roulements employés : mini roulements PROTECH

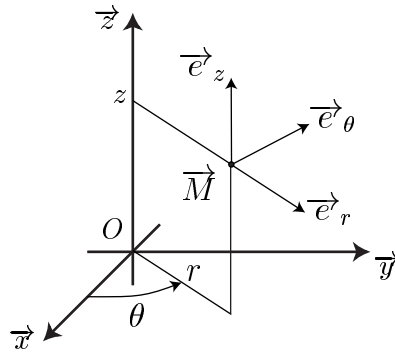
- Ø 2 X Ø 6 X 3 en mm
- Ø 3 X Ø 8 X 3 en mm
- Ø 4 X Ø 10 X 4 en mm
- Ces roulements peuvent être livrés avec des bagues d'étanchéités.

Ancien réducteur



Nota : Le diamètre extérieur de mécanisme est de 12 mm

Annexe 2



Coordonnées cylindriques

Champs de vecteur

$$\vec{V}(\vec{M}) = V_r(r, \theta, z) \vec{e}_r + V_\theta(r, \theta, z) \vec{e}_\theta + V_z(r, \theta, z) \vec{e}_z$$

Gradient

$$\text{Grad}(\vec{V}) = \begin{bmatrix} \frac{\partial V_r}{\partial r} & \frac{1}{r} \left(\frac{\partial V_r}{\partial \theta} - V_\theta \right) & \frac{\partial V_r}{\partial z} \\ \frac{\partial V_\theta}{\partial r} & \frac{1}{r} \left(\frac{\partial V_\theta}{\partial \theta} + V_r \right) & \frac{\partial V_\theta}{\partial z} \\ \frac{\partial V_z}{\partial r} & \frac{1}{r} \frac{\partial V_z}{\partial \theta} & \frac{\partial V_z}{\partial z} \end{bmatrix}_{(\vec{e}_r, \vec{e}_\theta, \vec{e}_z)}$$

Divergence

$$\text{div}(\vec{V}) = \frac{\partial V_r}{\partial r} + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial V_\theta}{\partial \theta} + V_r \right) + \frac{\partial V_z}{\partial z}$$

Champ de tenseur du 2^e ordre (symétrique)

$$\mathbb{A}(\vec{M}) = \begin{bmatrix} A_{rr}(r, \theta, z) & A_{r\theta}(r, \theta, z) & A_{rz}(r, \theta, z) \\ \vdots & A_{\theta\theta}(r, \theta, z) & A_{\theta z}(r, \theta, z) \\ \text{sym} & \dots & A_{zz}(r, \theta, z) \end{bmatrix}_{(\vec{e}_r, \vec{e}_\theta, \vec{e}_z)}$$

Divergence

$$\vec{\text{div}}(\mathbb{A}) = \begin{bmatrix} \frac{\partial A_{rr}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial A_{r\theta}}{\partial \theta} + \frac{\partial A_{rz}}{\partial z} + \frac{A_{rr} - A_{\theta\theta}}{r} \\ \frac{\partial A_{r\theta}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial A_{\theta\theta}}{\partial \theta} + \frac{\partial A_{\theta z}}{\partial z} + 2 \frac{A_{r\theta}}{r} \\ \frac{\partial A_{rz}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial A_{\theta z}}{\partial \theta} + \frac{\partial A_{zz}}{\partial z} + \frac{A_{rz}}{r} \end{bmatrix}_{(\vec{e}_r, \vec{e}_\theta, \vec{e}_z)}$$

Nom :
Prénom :

Axe du réducteur