

Etude des flux de contrainte

L. CHAMPANEY et Ph. TROMPETTE

Objectifs :

- Visualisation des flux de contraintes,
- Influence des conditions aux limites,
- Influence de la géométrie

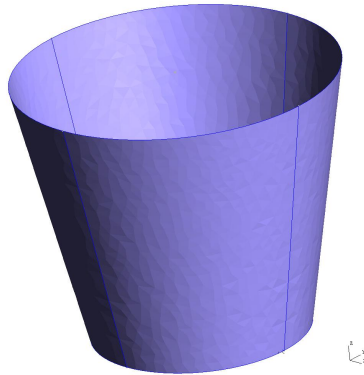
Nous étudions la manière dont se répartissent les contraintes dans une structure afin de tirer des conclusions sur les simplifications de la géométrie et du chargement qu'il est possible ou non de faire lors d'une analyse par éléments finis.

Pour cela, nous étudions deux situations de répartitions très hétérogènes des contraintes dans une structure : l'une induite par les conditions aux limites et l'autre par la géométrie même de la structure.

Table des matières

1 Flux de contrainte dans une structure suspendue	2
2 Flux de contrainte dans un piquage de tubes	9
3 Conclusions	15

1 Flux de contrainte dans une structure suspendue



Comparaison :

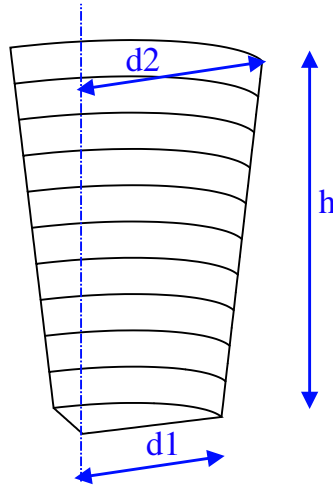
- seau suspendu par une anse,
- seau suspendu uniformément

Pour étudier les cas d'un flux de contraintes induit par les conditions aux limites, nous étudions le cas du seau décrit dans la figure ci-dessus.

Nous étudions les flux de contrainte dans la structure lorsqu'elle est suspendue par deux points seulement (cas où le seau est suspendu par sa anse). Cette situation est comparée au cas idéal où le seau est suspendu par toute sa ligne supérieure et présente donc un état uniforme de traction sur sa surface latérale.

Les deux situations sont comparées pour deux tailles différentes du seau.

1.1 Problème



$$E = 200GPa \text{ et } \nu = 0.3$$

Maillage : éléments *plaque* : DKT

épaisseur : $0.5mm$

Pour étudier les flux de contraintes, on s'intéresse à deux situations concernant deux géométries :

- une petite structure définie par les dimensions suivantes :

$$h = 25mm, \quad d_1 = 20mm, \quad d_2 = 30mm$$

Cette géométrie du seau n'est pas très réaliste mais elle permet de comprendre la répartition des contraintes dans le seau.

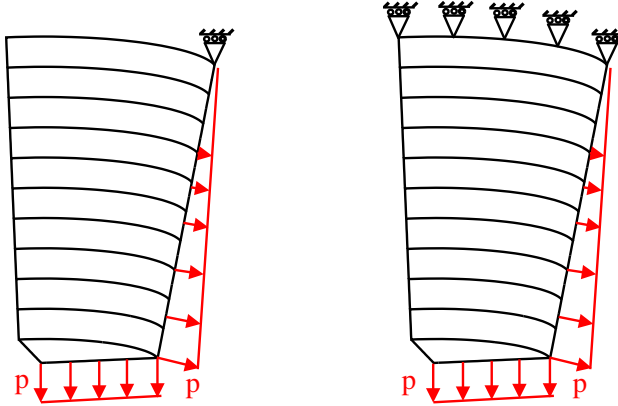
- une structure plus grande définie par les dimensions suivantes :

$$h = 250mm, \quad d_1 = 200mm, \quad d_2 = 300mm$$

Dans les deux cas, l'épaisseur de la tôle considérée est de $1mm$.

Les maillages utilisés sont constitués d'éléments DKT (Discrete Kirchhoff Triangle). Pour les deux situations, les maillages sont identiques et constitués de 4618 éléments soit 27708 degrés de libertés.

1.2 Chargement



$$F = 100N$$

Les efforts appliqués sur le seau représentent un remplissage complet du seau. Ils sont modélisés par une répartition uniforme de pression dans le fond du seau et une répartition linéaire sur la surface latérale (voir figure ci-dessus).

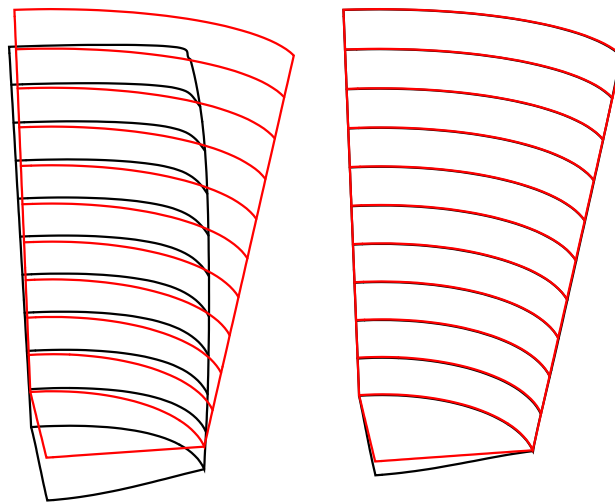
La répartition de pression choisie est complètement déterminée par la pression appliquée au fond du seau : $p = 5MP$.

Compte tenu des symétries matérielle, géométrique et du chargement, un quart seulement du seau est modélisé.

La différence entre les deux modélisations apparaît au niveau des conditions aux limites en déplacement :

- dans la première situation (figure de gauche), on modélise le seau suspendu par sa anse. Le déplacement vertical est donc bloqué sur un point seulement. Une telle situation va conduire à l'apparition d'une concentration très forte des contraintes au niveau de la liaison. C'est pourquoi, dans la suite, nous ne nous intéresserons pas à l'état de contrainte près de cette zone.
- dans la deuxième situation (figure de droite), on modélise un cas idéal où le seau serait accroché sur toute sa partie supérieure. Cette situation sera notre configuration de référence dans laquelle la répartition des contraintes est très homogène.

1.3 Structures déformées



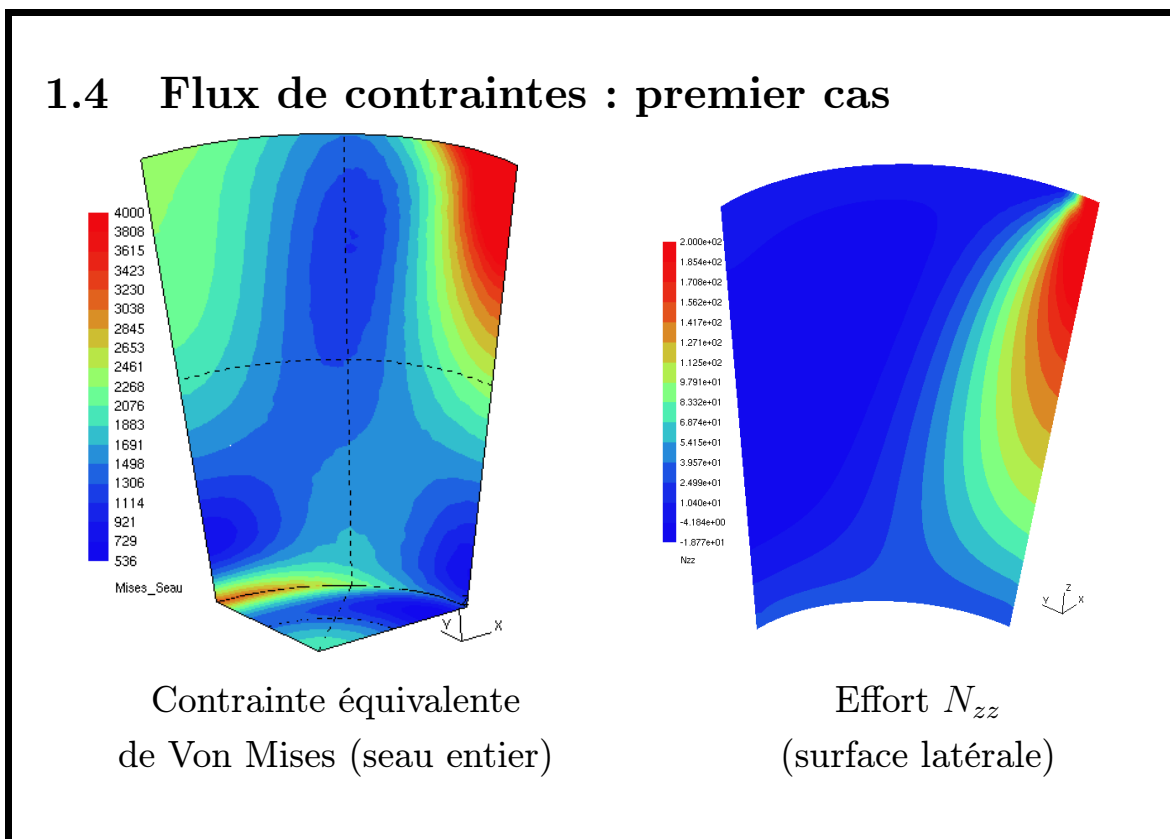
déformées - amplification $\times 15$.

(premier cas)

La figure ci-dessus présente la déformée (déplacements amplifiés d'un facteur 15) de la petite structure pour les deux situations de conditions aux limites.

On constate une très grande différence entre les deux situations qui sera aussi constatée sur les flux de contrainte dans la structure.

Des effets de flexion importants sont constatés sur la surface latérale dans la première situation.

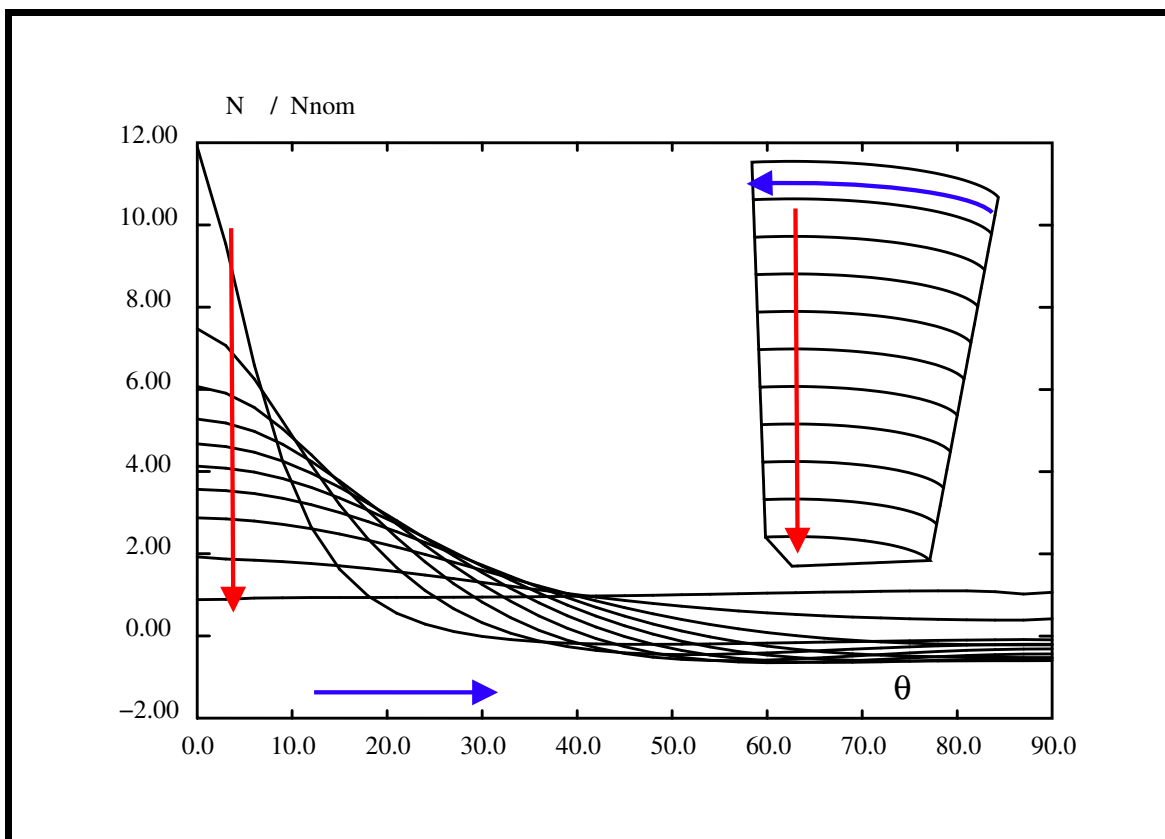


La figure de gauche ci-dessus présente l'état de la contrainte équivalente de Von Mises dans la structure. La partie proche du point de liaison n'a pas été prise en compte dans le tracé. On constate une répartition très hétérogène des contraintes dans la structure due aux effets de flexion.

Afin de comparer les deux situations, nous nous concentrons sur les efforts N_{zz} sur la surface latérale qui représentent les efforts dus à la traction. Nous ne prenons ainsi pas en compte les effets de flexion dans notre comparaison.

La figure de droite présente cette répartition de l'effort N_{zz} . On constate un flux de la contrainte du point d'attache vers le fond du seau.

Dans la suite, on appelle effort normal nominal N_{nom} l'effort normal N_{zz} obtenu par le calcul sur la situation où le seau est maintenu sur toute sa partie supérieure.



Pour comparer le flux des contraintes entre les deux situations, on trace le rapport entre l'effort N_{zz} obtenu pour la structure soutenue en un point et l'effort nominal N_{nom} sur différentes lignes de niveau de la surface latérale.

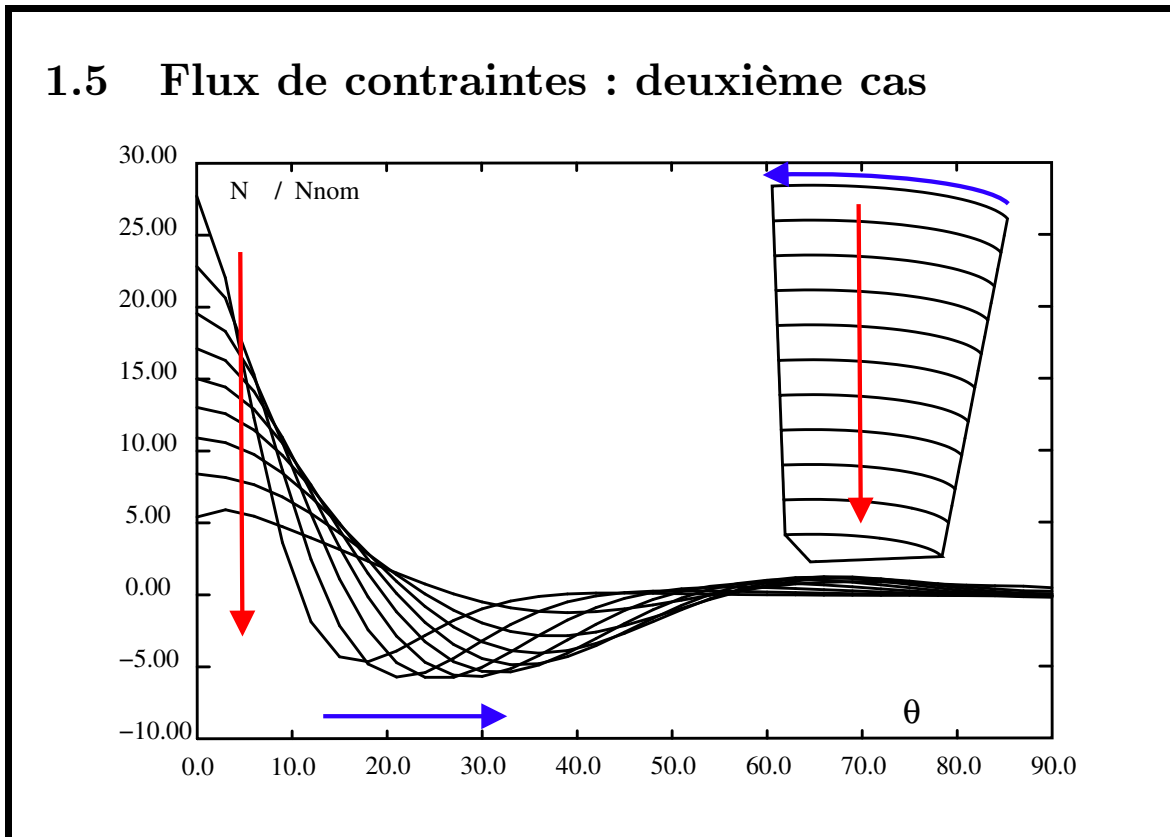
La figure ci-dessus présente cette répartition. Chaque courbe donne l'évolution angulaire de ce rapport pour une ligne de niveau. La position angulaire $\theta = 0$ est située sous le point d'attache.

Cette répartition n'est pas donnée sur la ligne supérieure afin de ne pas prendre en compte la concentration de contrainte au point d'attache.

On constate que la zone située sous le point d'attache est le lieu de passage des efforts de traction. Dans cette zone, on peut obtenir un facteur d'amplification des efforts de 12 par rapport à l'effort nominal !

La partie angulairement plus éloignée, entre en compression et est le lieu d'efforts du même ordre de grandeur que ceux obtenus dans le cas d'un accrochage sur toute la périphérie du seau.

Le facteur d'amplification des efforts est important sur toutes les lignes de niveau. Sur la ligne la plus basse, qui est la périphérie du fond du seau, on retrouve la répartition de l'effort nominal.



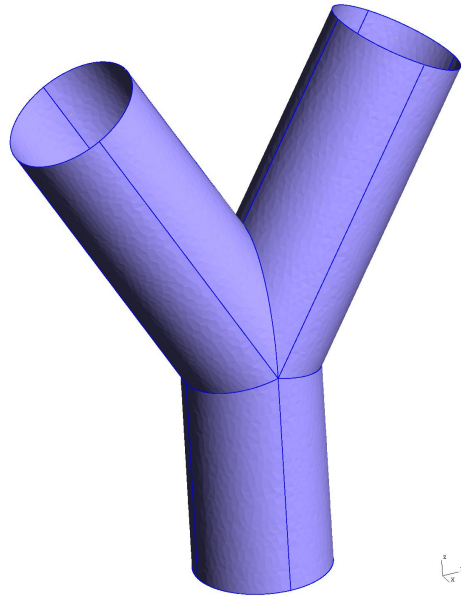
On s'intéresse maintenant au deuxième cas de la grande structure qui présente des dimensions plus réalistes.

La figure ci-dessus donne la répartition angulaire de l'amplification d'effort sur des génératrices de la même façon que pour le cas précédent.

On constate que le flux des contraintes est très resserré angulairement. L'amplification des efforts est très importante et les contraintes de compression sont très fortes.

La modification des conditions aux limites change radicalement l'état de contrainte dans la structure.

2 Flux de contrainte dans un piquage de tubes

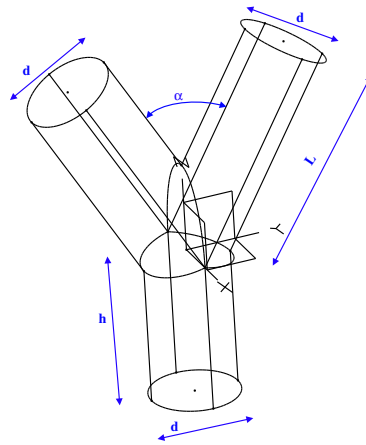


Comparaison avec une solution *poutre* très simple.

Nous étudions maintenant un piquage en Y de tubes. Sur cet exemple, nous comparons le flux des contraintes entre deux types de modélisation :

- une modélisation par élément finis de la géométrie tridimensionnelle présentée dans la figure ci-dessus.
- une modélisation poutre du raccord pour laquelle nous estimerons simplement les efforts de traction dans la partie basse du raccord.

2.1 Problème



$$L = 150\text{mm}, d = 60\text{mm}, \alpha = 60 \text{ degrés}$$

Deux situations : $h = 100\text{mm}$ ou $h = 500\text{mm}$.

$$E = 210\text{GPa} \text{ et } \nu = 0.3$$

épaisseur : 1mm

Maillage : éléments *plaque* : DKT

Les caractéristiques géométriques du piquage sont présentées sur la figure ci-dessus.

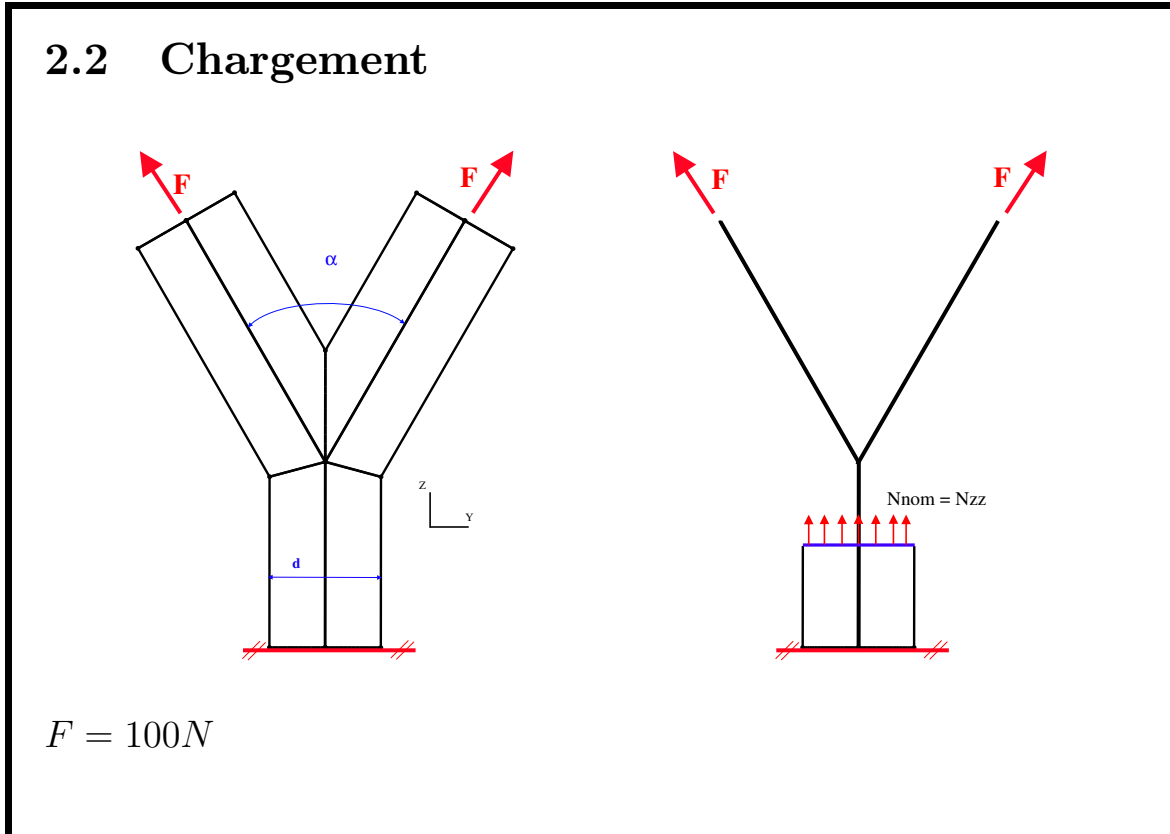
Il s'agit d'une géométrie simplifiée pour laquelle nous ne modélisons pas les petits congés de raccordement qui existent réellement à la jonction des tubes. Cette approximation génère des concentrations de contraintes au niveau des lignes de jonction. Afin de ne pas perturber notre étude, nous ne faisons pas de comparaison dans ces zones.

Le maillage utilisé est constitué d'éléments DKT (Discrete Kirchhoff Triangle).

Pour notre comparaison, nous sommes amenés à envisager deux configurations géométriques différentes :

- un raccord sur un tube court ($h = 100\text{mm}$). Le maillage comporte 4131 éléments, soit 24786 degrés de liberté.
- un raccord sur un tube long ($h = 500\text{mm}$). Le maillage comporte 8664 éléments, soit 51984 degrés de liberté.

Les autres caractéristiques géométriques sont communes aux deux configurations.



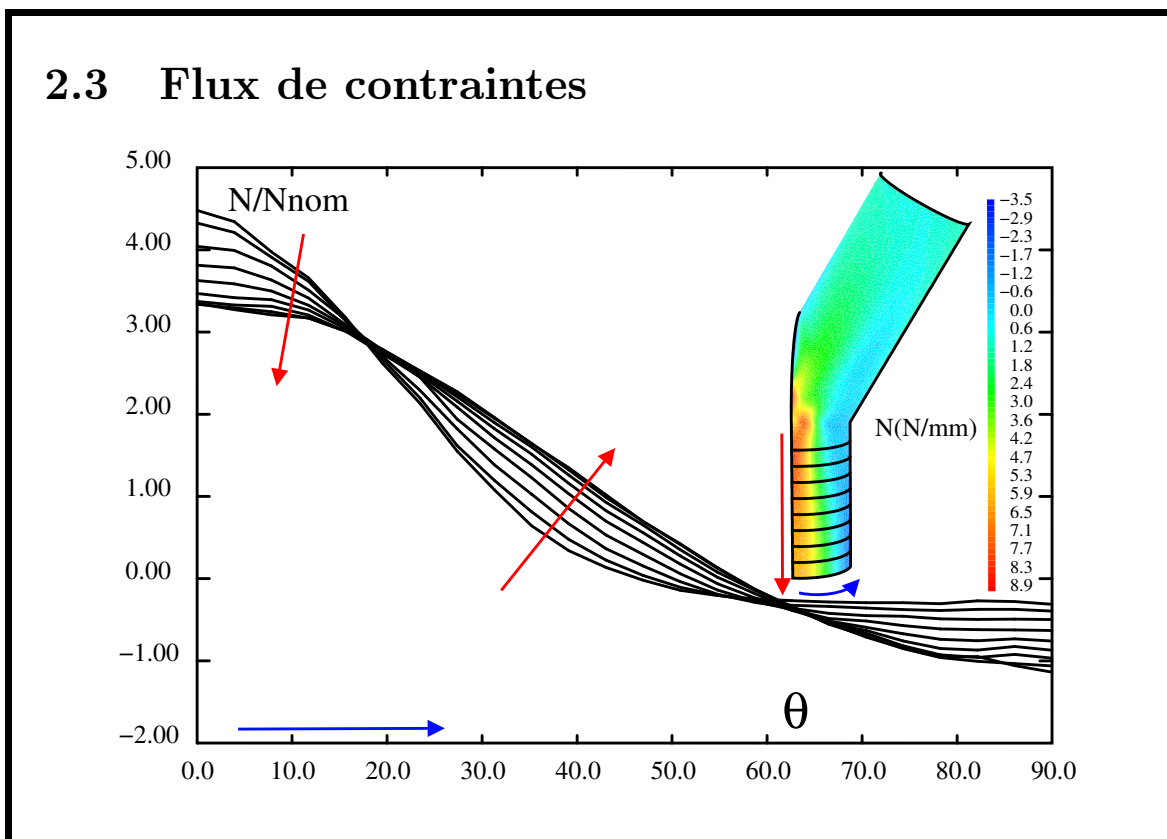
Le chargement est appliqué sur les branches supérieures du Y de manière symétrique de façon à ce que la partie basse soit a priori en traction pure. La section basse du tube inférieur est soumise à des conditions de symétrie pour ne pas générer de surcontraintes.

On appelle *effort normal nominal*, l'effort de traction dans la partie basse qu'un calcul rapide permet d'obtenir :

$$N_{nom} = N_{zz} = \frac{2F \cos \alpha}{\pi d}$$

Cet effort est celui que donne une modélisation du raccord par des éléments finis *poutre*. Une telle modélisation est a priori critiquable dans la zone proche du raccord. En effet, elle est incapable de représenter la géométrie du raccord. Nous allons vérifier dans la suite quelle est sa zone d'utilisation.

Dans la suite, nous calculons la solution éléments finis sur la géométrie tridimensionnelle du raccord et nous comparerons l'état de contrainte obtenu à l'état de contrainte *nominal*.



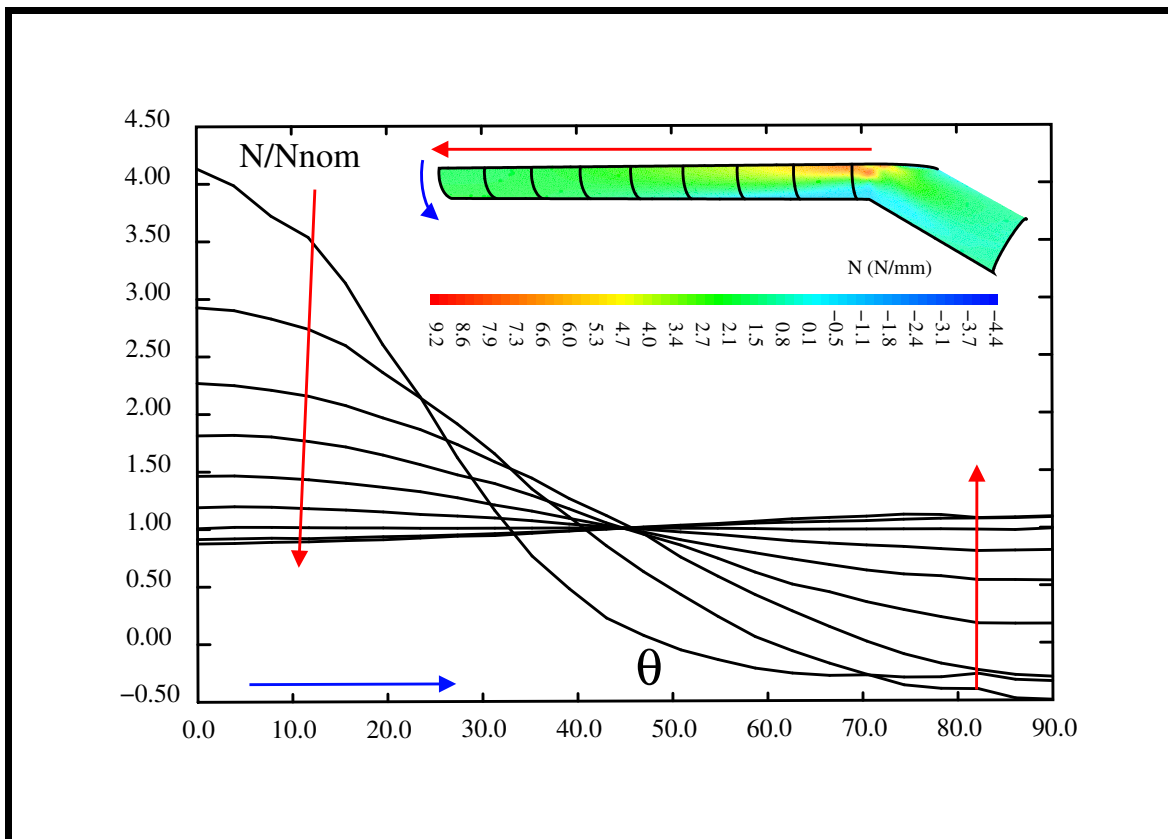
Pour comparer le flux des contraintes entre les deux situations, on trace le rapport entre l'effort N_{zz} obtenu pour la structure soutenue en un point et l'effort nominal N_{nom} sur différentes lignes de niveau du tube inférieur.

La figure ci-dessus présente cette répartition. Chaque courbe donne l'évolution angulaire de ce rapport pour une ligne de niveau. La position angulaire $\theta = 0$ est située sous le point de rencontre des génératrices des trois cylindres.

On constate que la zone située sous le point d'intersection des génératrices est le lieu de passage des efforts de traction. Dans cette zone, on peut obtenir facteur d'amplification des efforts de 4 par rapport à l'effort nominal!

La partie angulairement plus éloignée est en compression et est le lieu de déformations du même ordre de grandeur que ceux obtenus dans la partie en traction.

Le facteur d'amplification des efforts est important sur toutes les lignes de niveau. Il semble diminuer très lentement lorsqu'on s'éloigne de la zone de raccord.



Pour étudier la zone complète où le flux des contraintes est modifié par la prise en compte de la géométrie réelle du raccord, nous considérons maintenant le raccord sur un tube plus long ($h = 500mm$).

La figure ci-dessus donne la répartition angulaire de l'amplification d'effort sur des génératrices de la même façon que pour le cas précédent.

On constate qu'il faut s'éloigner très fortement de la jonction pour retrouver un état de contrainte proche de celui que donne la modélisation poutre.

Le flux des contraintes obtenu dans cette situation est très perturbé même dans une zone très éloignée de la partie de la structure dans laquelle une simplification de la géométrie était faite par la modélisation poutre.

3 Conclusions

- Le flux des contraintes peut être modifié fortement par des approximations :
 - des conditions aux limites,
 - de la géométrie.
- Cette modification n'est pas localisée seulement dans la zone d'approximation et peut se propager très loin dans la structure.
- Impossible de donner des recettes... il faut être conscient du problème.

Nous constatons sur ces deux exemples, que le flux des contraintes peut être fortement modifié par une approximation de la modélisation.

Cette modification ne reste pas forcément localisée dans la zone de simplification comme on pourrait s'y attendre.

Les deux exemples précédents montrent comment les écarts entre une modélisation fine et une modélisation simple (de type *poutre* par exemple) peuvent être très importants lorsque l'approximation porte :

- sur les conditions aux limites (cas du seau suspendu),
- sur la géométrie (cas du piquage de tubes).

Il est malheureusement impossible de donner des recettes quant aux types d'approximation qu'il est possible de faire ou de ne pas faire. Chaque situation est un cas particulier...