

Dimensionnement

Support : Stockage inertiel d'énergie

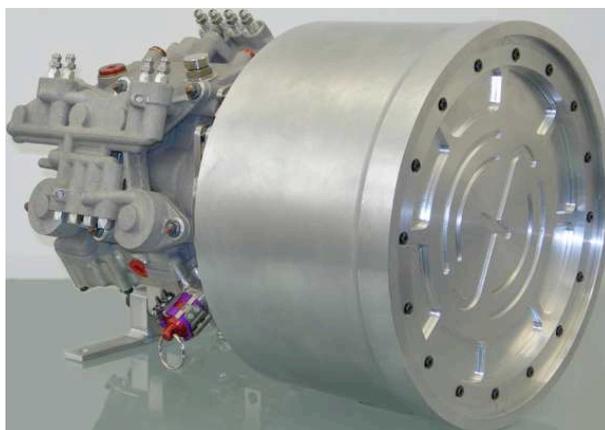


Figure 1 – KERS pour véhicule automobile

Présentation

Pour ralentir un véhicule automobile, la solution classique consiste à dissiper l'énergie cinétique sous forme de chaleur. Cette dissipation résulte généralement des actions de frottement sec dans les disques de freins. Plutôt que de dissiper intégralement cette énergie, on souhaite en récupérer une partie dans l'objectif de la restituer, partiellement ou totalement, dans une phase d'accélération.

L'objectif de ce travail est de donner des pistes de dimensionnement d'un système mécanique de récupération d'énergie.

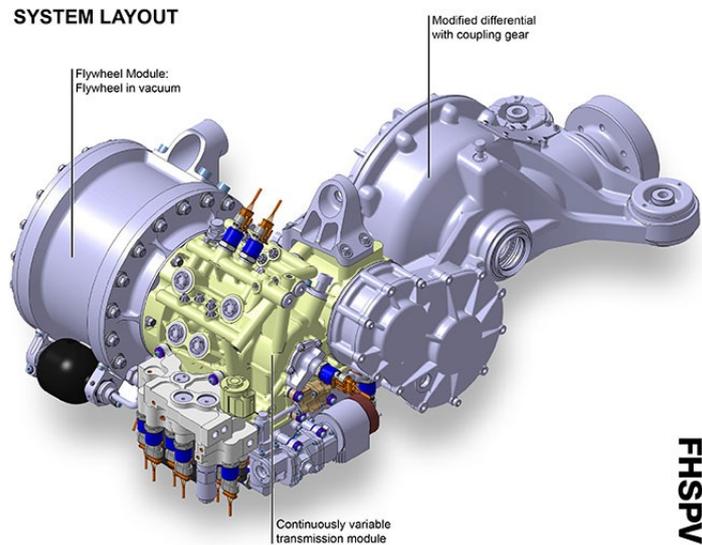


Figure 2 – Kinetic Energy Recovery System (Jaguar)

1 Cahier des charges et étude préliminaire

Question 1 • Déterminer l'énergie à dissiper pour freiner jusqu'à l'arrêt un véhicule de masse $M_v = 1t$ alors qu'il est à une vitesse de $V_v = 110km/h$. On supposera que 90% de l'énergie est dissipée dans le système de freinage, le reste l'étant par pertes de roulement et de frottement.

Il existe plusieurs Systèmes de Récupération d'Énergie Cinétique (SREC ou KERS en anglais). On peut citer deux grandes familles associées au type d'énergie stockée :

- le SREC mécanique : l'énergie cinétique du véhicule récupérée permet la mise en rotation d'un volant d'inertie ;
- le SREC électrique : l'énergie cinétique du véhicule récupérée est transformée en énergie électrique au moyen d'un alternateur, puis stockée dans une batterie ;

Le SREC mécanique possède un rendement assez élevé, de l'ordre de 80%, alors que le SREC électrique, du fait des multiples transformations d'énergie (mécanique - électrique - chimique, puis chimique - électrique - mécanique lors de la restitution) est de l'ordre de 35%. On propose donc ici de retenir la solution du SREC mécanique.

Question 2 • On suppose que le SREC à un rendement de 90% pour emmagasiner l'énergie. Donner la quantité d'énergie à stocker dans le système.

Question 3 • Les contraintes mécaniques permettant le dimensionnement du SREC sont multiples. Mais un élément limitant essentiel est la vitesse de rotation. Précisez quelles peuvent être les causes de dysfonctionnement liés à la vitesse.

On ne peut donc pas emmagasiner une énergie supérieure à une valeur maximale. Cela veut dire qu'il faut conserver un système de freinage classique en parallèle.

Pour des raisons de place disponible dans le véhicule on se limite à un système de 30cm de diamètre ($\pm 10\%$) et

de 20cm de long ($\pm 10\%$). Pour des raisons de consommation de carburant, on souhaite réaliser un système de moins de 100kg afin de ne pas trop augmenter la masse totale du véhicule.

Pour simplifier l'étude, on assimile le volant à un anneau circulaire de section carrée de rayon intérieur r_1 , rayon extérieur r_2 et d'épaisseur e . Cet anneau est supposé libre d'effort sur ces bords et soumis à un mouvement de rotation autour de son axe à une vitesse ω . On commencera le dimensionnement avec les valeurs suivantes : $r_1 = 10mm$, $r_2 = 150mm$, $e = 100mm$ et en considérant un disque en acier : $E = 210MPa$, $\nu = 0.3$ et $\rho = 7800kg/m^3$.

Question 4 • Déterminer les caractéristiques inertielles du volant.

Question 5 • Déterminer la vitesse de rotation d'un tel volant afin qu'il puisse stocker l'énergie voulue.

2 Dimensionnement Mécanique

On cherche dans un premier temps à quantifier les risques d'éclatement du volant. Pour cela on cherche à déterminer l'état de contrainte dans le disque en rotation. On ne s'intéresse pas à la liaison entre le volant et son axe.

Question 6 • Poser le problème d'élasticité correspondant au disque seul en rotation autour de son axe à une vitesse ω . Rappeler les différentes manières de résoudre un tel problème.

Question 7 • On fait une hypothèse de contraintes planes dans le plan perpendiculaire à l'axe du cylindre. Représenter la forme du tenseur des contraintes dans un système d'axe cylindrique. Quelles est la validité de cette hypothèse ?

Question 8 • On ne fait donc qu'une résolution du problème dans le plan (e_r, e_θ). On suppose que le champ de déplacement plan est de la forme :

$$\underline{U}(r, \theta) = u(r)e_r$$

Justifier cette hypothèse.

Question 9 • Donner la forme du champ de déformation correspondant à cette hypothèse.

Question 10 • Exprimer la relation de comportement (contraintes fonction des déformations) pour cette situation. E et ν sont les caractéristiques élastiques du matériau.

Question 11 • Traduire l'équilibre en volume du volant sous forme de condition sur la composante de déplacement.

Question 12 • Intégrer pour déterminer la forme du champ de déplacement.

Question 13 • En appliquant les conditions aux limites sur les faces interne et externe de l'anneau, déterminer complètement la solution en déplacement.

Question 14 • En déduire la solution en contrainte. Tracer cette solution en fonction de r .

Question 15 • Les figures 3 et 4 présentent les résultats d'un calcul par éléments finis axi-symétrique sur un demi volant. Comparer.

Question 16 • Donner l'expression de la contrainte équivalente de von Mises et la tracer.

Question 17 • Quelle est la zone la plus chargée. On propose différents types matériaux utilisables dans le tableau 5. Un disque en acier est-il envisageable ?

3 Dimensionnement en Dynamique

On cherche maintenant une approximation de la fréquence fondamentale du système à l'aide de différents modèles dynamique.

Question 18 • Expliquer le besoin d'un dimensionnement en dynamique.

Question 19 • Rappeler pourquoi, en première approximation, l'obtention de la pulsation fondamentale est suffisante pour un dimensionnement en dynamique.

L'axe de la liaison pivot entre le volant et le boîtier est assimilé à un cylindre de diamètre égal à deux fois le rayon intérieur du volant $d = 2r_1$ et de longueur égale à l'entraxe entre les deux paliers a . Dans un premier temps, on propose d'utiliser un axe en acier avec $a = 150\text{mm}$.

On fait un premier modèle dynamique afin d'obtenir une approximation de la pulsation fondamentale du système. Dans ce modèle (voir figure 6), l'axe de la liaison pivot est supposé déformable et le volant est assimilé à une masse ponctuelle en son centre. Les paliers sont assimilés à des liaisons rotules.

Question 20 • Proposer une approximation de la pulsation fondamentale par équivalence avec un système à un degré de liberté.

Question 21 • Déterminer une nouvelle approximation de la pulsation à l'aide du second modèle, dans lequel la partie de l'axe située dans le volant est supposée indéformable.

Question 22 • Comparer les deux modèles.

Question 23 • Que pourrait représenter le troisième modèle ?

Question 24 • Comment améliorer la qualité des approximation ci-dessus. Proposer une amélioration pour le premier modèle.

4 Dimensionnement des liaisons

On cherche maintenant à dimensionnement la liaison pivot qu'on considère réalisée soit à l'aide de roulements à billes soit à l'aide de paliers lisse.

4.1 Détermination des efforts dans la liaison

Dans un premier temps on cherche à estimer les efforts dans la liaison pivot entre le volant et le boîtier dus aux effets d'inertie. Pour cela, on considère le véhicule dans une courbe de rayon $R = 30\text{m}$ roulant à une vitesse $V = 60\text{km/h}$. On propose le modèle de la figure 9 pour déterminer ces efforts.

Question 25 • En appliquant le théorème de la résultante dynamique, déterminer les effort dus à l'inertie dans la liaison pivot.

Question 26 • La liaison pivot étant composée de deux paliers de chaque coté du volant, en déduire les efforts dus à l'inertie dans ces paliers.

Question 27 • Déterminer le moment cinétique au centre de gravité du volant en faisant l'*approximation gyroscopique*.

Question 28 • En appliquant le théorème du moment dynamique, déterminer le moment dans la liaison pivot induit par la rotation du volant sur son axe (*couple gyroscopique*).

Question 29 • La liaison pivot étant réalisée par deux paliers distants d'un entraxe a . Déterminer les efforts correspondants dans les paliers.

Question 30 • Comparer les niveaux de ces efforts.

Dans la suite, on ne prend en compte que les efforts dus au couple gyroscopique.

4.2 Solution par éléments roulants

Pour un diamètre d'arbre fixé à la partie précédente, on souhaite étudier la possibilité d'utiliser un système de guidage par éléments roulants. On s'appuiera pour sur le tableau donné sur la figure 10.

Question 31 • Pour la solution retenue. Estimer le critère $N.D.$

Question 32 • Est-il envisageable de retenir la solution avec éléments roulants ?

4.3 Solution par paliers lisses

On applique la démarche de dimensionnement de paliers lisses proposée sur la figure 11.

Question 33 • Calculer la pression de contact due aux efforts gyroscopiques. Pour cela, on utilise la surface projetée égale au produit de la longueur du palier par le diamètre. Le critère en pression est-il respecté ?

Question 34 • Calculer la vitesse de glissement au contact. Le critère en vitesse maximale est-il respecté ?

Question 35 • Le critère $P.V$ est-il respecté ?

5 Autres solution

Question 36 • Proposer d'autres solutions de guidage pour satisfaire au cahier des charges.

Question 37 • Proposer des solutions pour limiter les pertes dans le système.

Opérateurs Différentiels en Coordonnées Cylindriques

$$\underline{\text{grad}} f = \frac{\partial f}{\partial r} \underline{e}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial \theta} \underline{e}_\theta + \frac{\partial f}{\partial z} \underline{e}_z$$

$$\underline{\text{grad}} U = \begin{pmatrix} \frac{\partial u_r}{\partial r} & \frac{1}{r} \left(\frac{\partial u_r}{\partial \theta} - u_\theta \right) & \frac{\partial u_r}{\partial z} \\ \frac{\partial u_\theta}{\partial r} & \frac{1}{r} \left(\frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} + u_r \right) & \frac{\partial u_\theta}{\partial z} \\ \frac{\partial u_z}{\partial r} & \frac{1}{r} \frac{\partial u_z}{\partial \theta} & \frac{\partial u_z}{\partial z} \end{pmatrix}$$

$$\text{div} U = \frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{u_r}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial u_z}{\partial z}$$

$$\Delta f = \frac{\partial^2 f}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 f}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2}$$

$$\underline{\text{rot}} U = \left(\frac{1}{r} \frac{\partial u_z}{\partial \theta} - \frac{\partial u_\theta}{\partial z} \right) \underline{e}_r + \left(\frac{\partial u_r}{\partial z} - \frac{\partial u_z}{\partial r} \right) \underline{e}_\theta + \left(\frac{\partial u_\theta}{\partial r} + \frac{u_\theta}{r} - \frac{1}{r} \frac{\partial u_r}{\partial \theta} \right) \underline{e}_z$$

$$\underline{\Delta} U = \left(\Delta u_r - \frac{2}{r^2} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} - \frac{u_r}{r^2} \right) \underline{e}_r + \left(\Delta u_\theta + \frac{2}{r^2} \frac{\partial u_r}{\partial \theta} - \frac{u_\theta}{r^2} \right) \underline{e}_\theta + \Delta u_z \underline{e}_z$$

$$\underline{\text{div}} \underline{\sigma} = \left(\frac{\partial \sigma_{rr}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_{r\theta}}{\partial \theta} + \frac{\partial \sigma_{rz}}{\partial z} + \frac{\sigma_{rr} - \sigma_{\theta\theta}}{r} \right) \underline{e}_r + \left(\frac{\partial \sigma_{\theta r}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_{\theta\theta}}{\partial \theta} + \frac{\partial \sigma_{\theta z}}{\partial z} + 2 \frac{\sigma_{r\theta}}{r} \right) \underline{e}_\theta + \left(\frac{\partial \sigma_{zr}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_{z\theta}}{\partial \theta} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} + \frac{\sigma_{zr}}{r} \right) \underline{e}_z$$

Dimensionnement par éléments finis

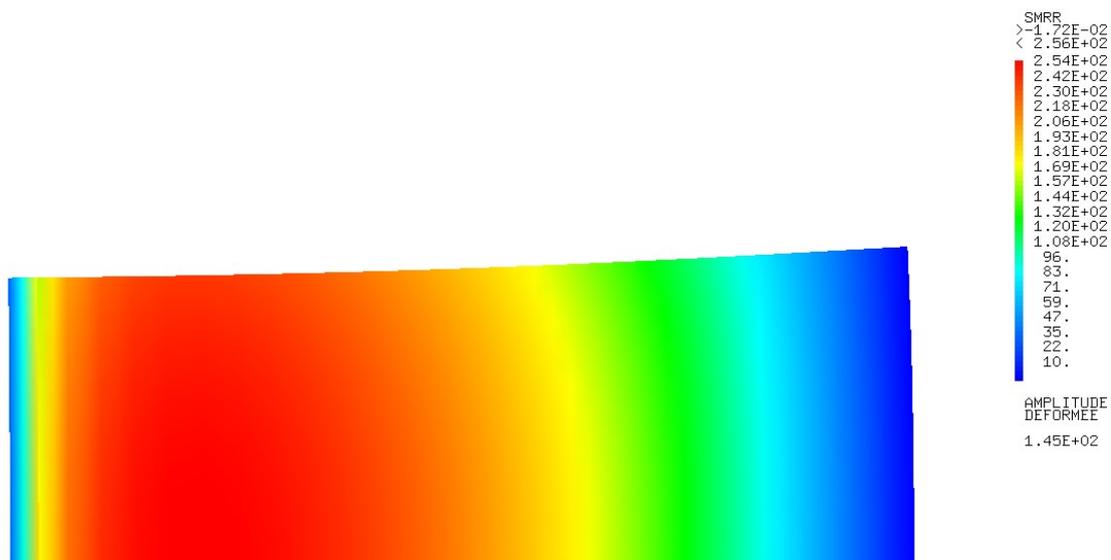


Figure 3 – Résultats éléments finis axi-symétrique : $\sigma_{rr}, \sigma_{\theta\theta}$
 $r_1 = 10mm, r_2 = 150mm, e = 100mm$, acier, $\omega = 19000tr/mn$

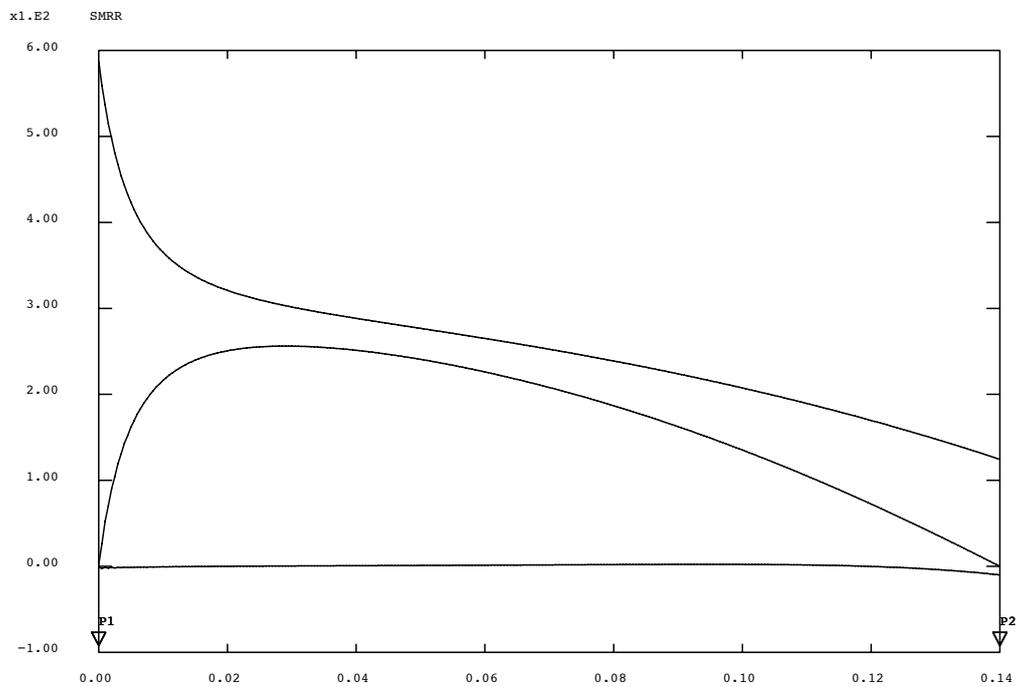
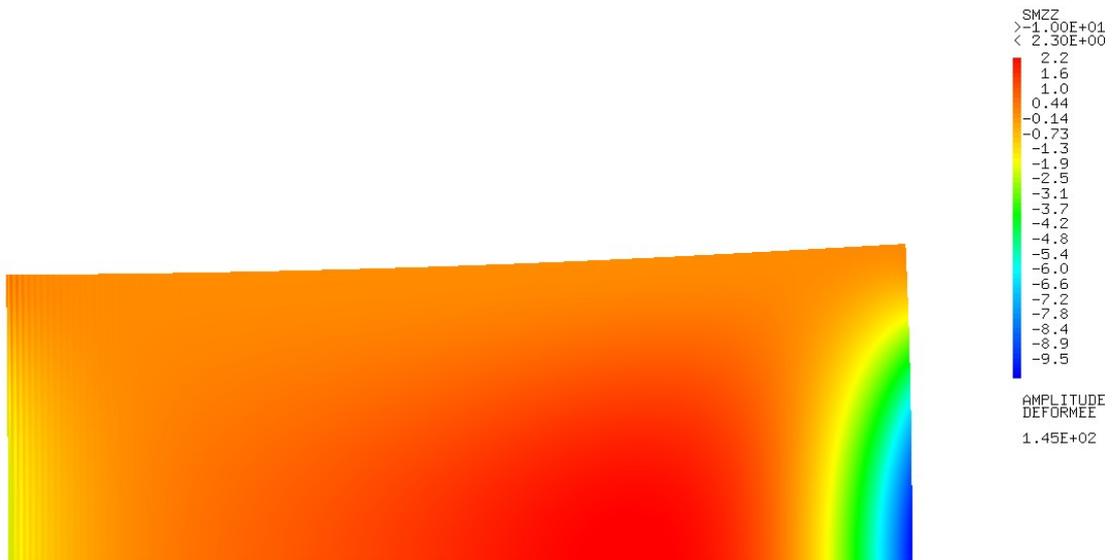


Figure 4 – Résultats éléments finis axi-symétrique : σ_{zz} et variations le long du rayon
 $r_1 = 10mm, r_2 = 150mm, e = 100mm, \text{acier}, \omega = 19000tr/mn$

Matériaux

Tableau 3 – Caractéristiques mécaniques et énergie spécifique d'un anneau de matériau à vitesse maximale de rotation			
Matériau	Contrainte maximale (MPa)	Densité	Énergie spécifique (Wh/kg)
Acier (AISI 4340)	1 800	7 800	32
Aluminium	400	2 700	21
Titane	850	4 500	26
Composite verre	1 800	2 100	120
Composite carbone	2 400	1 500	220

Figure 5 – Matériaux isotropes utilisables pour un SREC (d'après T.I.)

Modèles dynamiques

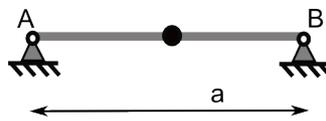


Figure 6 – Premier modèle dynamique

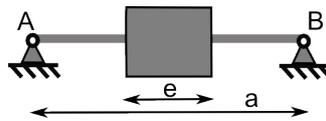


Figure 7 – Second modèle dynamique

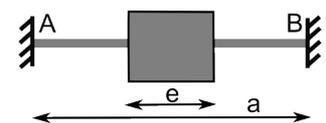


Figure 8 – Troisième modèle dynamique

Modélisation du véhicule en courbe

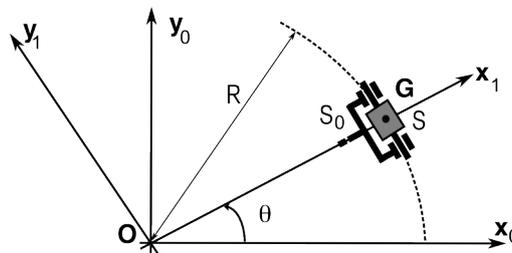


Figure 9 – Modèle de calcul des efforts d'inertie

Roulements à billes

Tableau 1 – Types de roulements normalisés : comparaison de leurs aptitudes et applications caractéristiques

Types de roulements		Roulements à contact radial à une ou deux rangées de billes		Roulements à contact oblique à une ou deux rangées de billes		Roulements à rotule sur billes	Roulements à rouleaux cylindriques	Roulements à rouleaux coniques	Roulements à rouleaux sphériques	Butées à billes	Butées à rouleaux sphériques
Aptitudes aux charges radiales	bonne										
	moyenne										
	faible										
Aptitudes aux charges axiales	bonne										
	moyenne						(1)				
	faible										
Facteur de vitesse limite $N \cdot D_m$ (2)	600 000										
	450 000										
	300 000										
	150 000										
Défaut d'alignement admissible δ entre arbre et logement	3°										
	1/2°										
	10'										
	0										
Applications caractéristiques		Moteurs électriques; roues de chariots, de remorques légères; électroménager; rouleaux convoyeurs; broches de machines à bois; poulies; petits réducteurs; boîtes de vitesses; vilebrequins de motocycles.	Boîtes de réduction.	Pompes centrifuges; broches de machines-outils ou de machines à bois; réducteurs à vis sans fin.	Petits renvois d'angle; réducteurs à vis sans fin; roues de chariots.	Arbres longs et flexibles; calandres légères.	Gros moteurs électriques; boîtes d'essieux de wagon; galets de pression; cylindres de laminoir.	Arbres de réducteur; roues de poids lourds; boîtes d'essieux du TGV; ponts arrière de camion et voiture; renvois d'angle à pignons coniques.	Cages de laminoir; gros réducteurs; éoliennes et gros ventilateurs industriels; cylindres de machines à imprimer; arbres de couche d'hélice de navire; gros galets de pression; calandres; machines de carrière (concasseurs, cribles, tamis, etc.).	Butées d'arbres verticaux; contre-poin-tes; pompes à plateau.	Arbres verticaux lourds (ventilateurs, turboalternateurs, etc.); butées de réaction d'arbre d'hélice de navire; pivots de grue; crapaudines; vis d'injection de plastique.

(1) Les types NJ et NUP admettent une charge axiale faible (§ 4.4).

(2) N vitesse de rotation (en tr/min).

D_m diamètre moyen de roulement ($\frac{d+D}{2}$) (en mm).

Le facteur de vitesse limite est donné pour une lubrification à la graisse. En lubrification à l'huile, la vitesse limite est augmentée d'environ 35 %.

Figure 10 – Choix de roulements à billes

Paliers lisses

■ **Capacités** (dégrossissage des possibilités d'emploi) :

- p_{max} = 10 à 20 MPa pour les matériaux métalliques, 50 MPa pour les plastiques.
- v_{max} = généralement 2 à 3 m/s, voire 5 m/s en lubrification à la graisse, 10 à 20 m/s en lubrification à l'huile.
- $p v$ (MPa · m/s) en marche continue :
 - ambiance gazeuse, conditions moyennes de ventilation de 1 à 2 m/s :

$$p v_{max} = 0,1 k_D \cdot k_{T1} / f$$

- avec k_D coefficient de dimension (figure 1a),
 k_{T1} coefficient de température (figure 1b),
 f coefficient de frottement dynamique ;
- ambiance liquide :

$$p v_{max} = 0,5 k_D \cdot k_{T1} / f$$

En marche intermittente, se reporter au paragraphe 8.1.

- Coefficient de frottement :
 - statique $\approx 0,15$;
 - dynamique : avec de la graisse ou de l'huile en petite quantité, 0,03 à 0,12 ; en bain d'huile, 0,02 à 0,08 (0,12 avec produits métalliques).
- Température : - 40 à + 180 °C pour une bonne tenue du lubrifiant, gamme plus limitée pour certains plastiques.
- Durée de vie : peu d'usure si le graissage reste effectif, usure forte si manque de lubrifiant, en conséquence, durée de vue très variable.

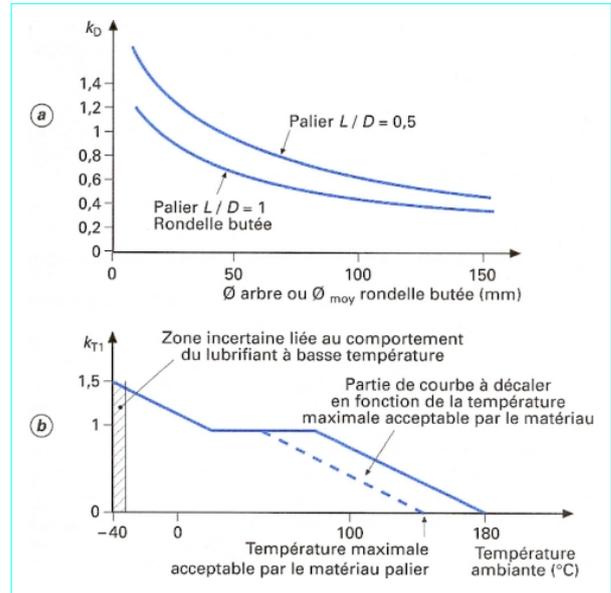


Figure 11 – Dimensionnement de paliers lisses (d'après T.I.)