

Dimensionnement

Support : Liaison pivot



Figure 1 – Gamme de pelles mécaniques

D'après dossier agrep 2009 de M.Nierenberger

Présentation

On se propose de faire l'étude de la tenue mécanique de la liaison pivot entre la flèche et le balancier d'une pelle mécanique **Figure 2**. L'axe de cette liaison est fortement sollicitée pendant les phases de travail de la pelle. Ayant été soumis à un traitement thermique, il présente un état de contraintes résiduelles. Le travail proposé ici est le dimensionnement de cet arbre à la fois en statique et en fatigue en utilisant différents outils de modélisation de complexité croissante.

L'objectif de ce bureau d'études est de faire une synthèse sur le dimensionnement par la résistance des matériaux et la méthode des éléments finis, en statique et en fatigue.

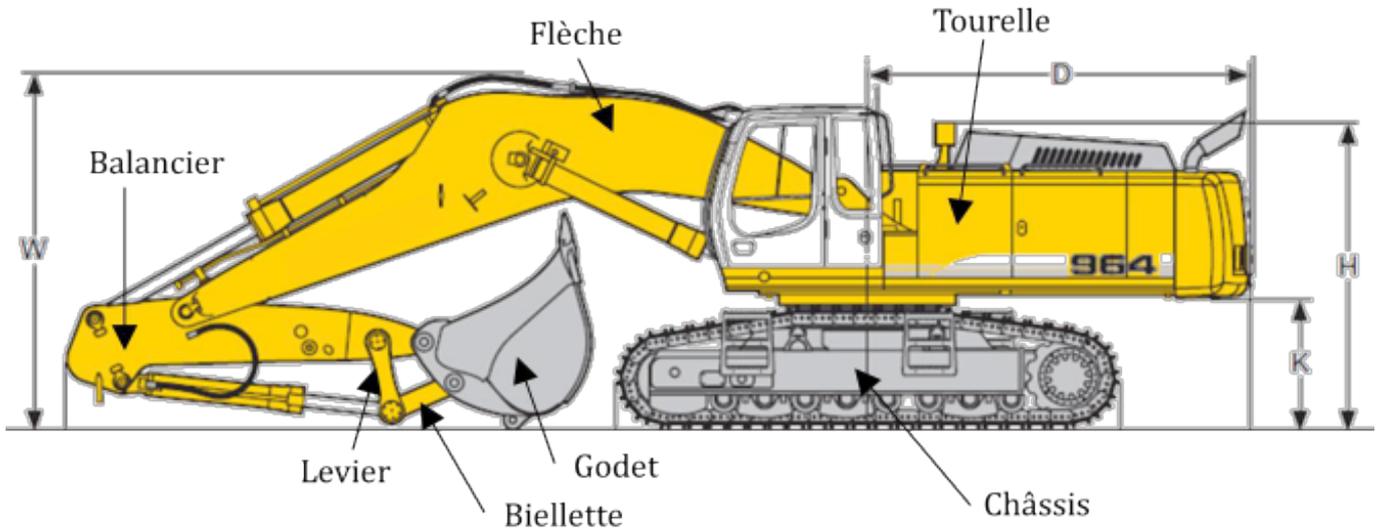


Figure 2 – Pelles Mécaniques

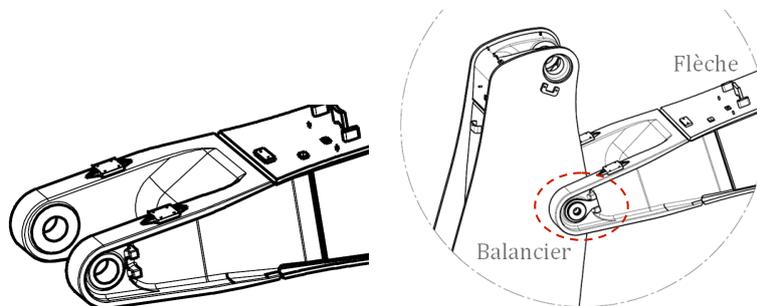


Figure 3 – Liaison pivot flèche-balancier

1 Cahier des charges et étude préliminaire

Le cahier des charges que devait satisfaire ce réducteur était le suivant :

- Puissance du moteur est de 320 kW ;
- Force de pénétration : 260kN ;
- Force de cavage : 335 kN
- Durée de vie souhaitée de la pelle : 20000 h ;
- Durée de vie souhaitée des équipements : 12500 h ;
- Matériau de l'axe : acier haute résistance pour traitement thermique : 34 Cr Ni Mo 6
 - Résistance à la Rupture : $R_m = 900$ à 1100 MPa
 - Limite élastique : $R_e = 780$ MPa

- Limite d'endurance : $\sigma_f = 360 \text{ MPa}$
- Module d'Young : $E = 212 \text{ à } 216 \text{ GPa}$
- Coefficient de Poisson : $\nu = 0.28$
- Traitement thermique de l'axe : trempe par induction sur une profondeur de 3mm environ :
 - Température de trempe : 850-900°C
 - Refroidissement : huile
 - Dureté superficielle : 58HRC (env. 655HV)
- Traitement de surface : chromage superficiel (résistance à l'oxydation et aux frottements)
 - Epaisseur : $30 \mu\text{m}$
 - Dureté superficielle : 900HV

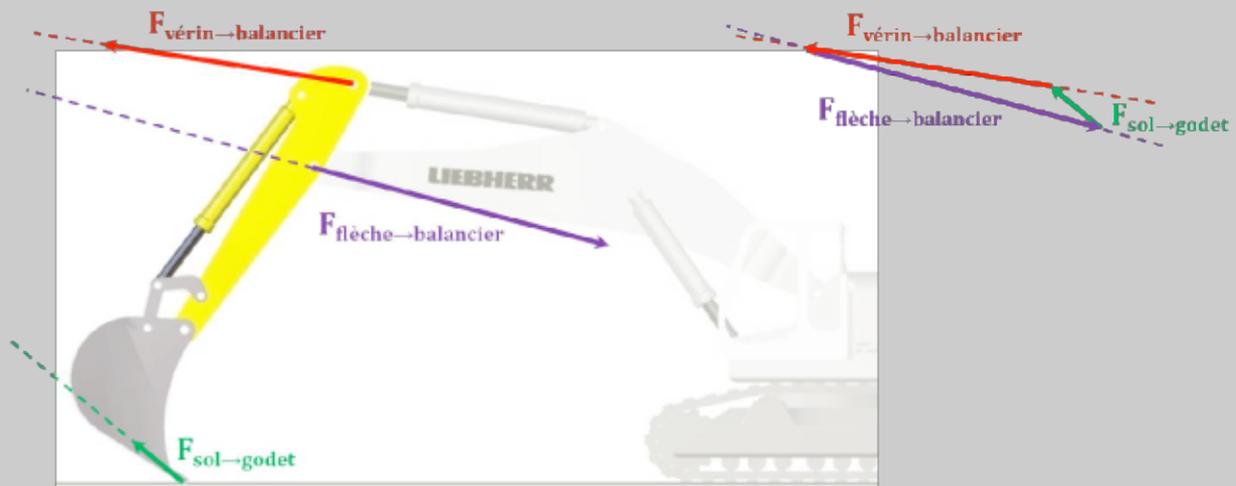
Question 1 • L'effort appliqué par le vérin sur la flèche est de 1500 kN . A l'aide du document de la figure 4 estimer la résultante des efforts appliqués sur la liaison étudié.

Question 1 • Éléments de solution

On estime :

$$F_{\text{flèche} \rightarrow \text{balancier}} = 1.2 \times F_{\text{vérin} \rightarrow \text{balancier}} = 1800 \text{ kN}$$

$$F_{\text{sol} \rightarrow \text{godet}} = 0.2 \times F_{\text{vérin} \rightarrow \text{balancier}} = 300 \text{ kN}$$



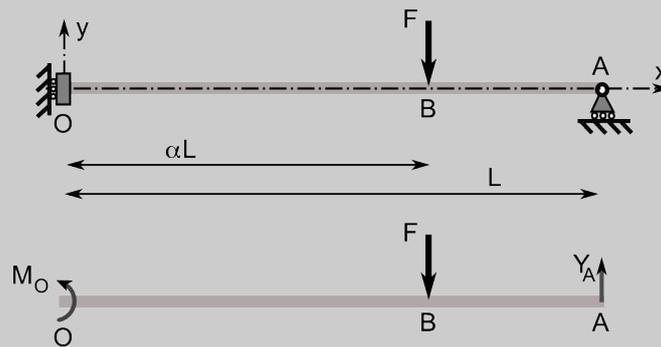
2 Premier dimensionnement de l'arbre

Question 2 • Proposer un modèle de type de résistance des matériaux pour la détermination des efforts au sein de l'arbre. On fera l'hypothèse forte que les liaisons dans les paliers sont des rotules.

Question 2 • Éléments de solution

On propose le modèle ci-dessous avec :

$$F = \frac{1}{2} F_{\text{flèche} \rightarrow \text{balancier}} = 900 \text{ kN}$$



Les dimensions sont $OA = L = 297.5\text{mm}$, $OB = \alpha L = 160\text{mm}$ et $D = 120\text{mm}$. Pour le matériau, on utilise $E = 212\text{GPa}$. On obtient donc une section $S = 1.13 \cdot 10^4 \text{mm}^2$ et une inertie en flexion $I = 1.02 \cdot 10^{13} \text{mm}^4$.

Question 3 • Construire les diagrammes des efforts généralisés dans la poutre. Déterminer la section la plus chargée.

Question 3 • Éléments de solution

Equilibre :

$$Y_A = F \quad ; \quad M_O = -(1 - \alpha)LF$$

Dans la partie OB , on a :

$$N = 0 \quad ; \quad T = 0 \quad ; \quad M_f = -M_O = (1 - \alpha)LF$$

Dans la partie BA , on a :

$$N = 0 \quad ; \quad T = F \quad ; \quad M_f = (L - x)F$$

La section la plus chargée est en B où

$$T = F = 9\text{kN} \quad ; \quad M_f = (1 - \alpha)F = 1.2375 \cdot 10^5 \text{N.m}$$

Question 4 • Proposer des répartitions de contraintes normale et tangentielle dans cette section.

Question 4 • Éléments de solution

On propose :

– une répartition uniforme de la contrainte tangentielle :

$$\tau = \frac{T}{S} = 80\text{MPa}$$

– une répartition linéaire de la contrainte normale avec des valeurs extrémales en surface :

$$\sigma_{n(max)} = \pm \frac{M_f D}{I} \frac{D}{2} = \pm 729\text{MPa}$$

Question 5 • Appliquer le critère de Von Mises au point le plus chargé de la section.

Question 5 • Éléments de solution

On obtient :

$$\sigma_{VM} = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} = 742MPa$$

ce qui est inférieur à la limite élastique $R_e = 780MPa$.

3 Etude par éléments finis

Pour prendre en compte les concentrations de contraintes, on choisit de faire déterminer l'état de contrainte en utilisant un modèle éléments finis. Le chargement utilisé prend en compte des moments parasites qui ne sont pas détaillés ici.

Question 6 • Le modèle 3D utilisé est proposé sur la figure 6. Donner les caractéristiques principales de ce modèle.

Question 6 • Éléments de solution

- prise en compte de la déformations chapes
- éléments 3D : tétraèdres
- raffinement sur les zones de contact

Question 7 • La répartition de la contrainte équivalente de Von Mises obtenue à l'aide de ce modèle est proposée sur la figure 7. Quelques conclusions peut-on tirer de ces résultats ?

Question 7 • Éléments de solution

- $Max = 1400MPa > R_e$
- dans la section $max = 1200MPa$
- Mais concentration de contraintes :
 - la concentration peut être due à une approximation de la géométrie locale au contact arbre palier.
 - en réalité : plastification locale et contrainte max bien moins importante.
- Hors de la concentration, on retrouve des maxis proches des ceux trouvés par la RdM (environ $800MPa$)
- difficile de conclure

4 Prise en compte des Contraintes résiduelles de trempe

L'arbre étudié a subi une trempe avec un chauffage en surface par induction. L'augmentation de la dureté superficielle est obtenue par une transformation martensitique dans la zone superficielle (épaisseur $e = 3mm$). La martensite occupant un volume plus important que le matériau initial, la variation de volume due à la trempe génère des contraintes résiduelles dans l'arbre.

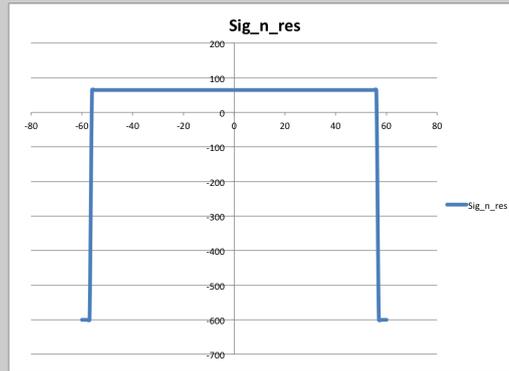
Question 8 • Proposer un modèle de répartition des contraintes normales résiduelles. On relève que la contrainte normale résiduelle observée en surface de l'arbre est de $-600MPa$.

Question 8 • Éléments de solution

On propose un modèle avec contrainte normale de compression uniforme $\sigma_{n(ext)} = -600MPa$ en surface sur une profondeur de $e = 3mm$. Pour respecter l'équilibre global, la contrainte à coeur $\sigma_{n(int)}$, supposée constante, est telle que

$$\sigma_{n(ext)} \frac{\pi}{4} (D^2 - (D - 2e)^2) + \sigma_{n(int)} \frac{\pi}{4} ((D - 2d)^2) = 0$$

soit $\sigma_{n(int)} = 65MPa$



Question 9 • En déduire la répartition des contraintes normales totales dans la section.

Question 9 • Éléments de solution



Question 10 • Proposer un modèle de répartition des contraintes circonférentielles résiduelles. On relève que la contrainte circonférentielle résiduelle observée en surface de l'arbre est de $-600MPa$.

Question 10 • Éléments de solution

Compte-tenu des résultats de la question précédente, les contraintes circonférentielles internes seront plus faibles à coeur qu'en surface. Le maximum restera sur la peau.

Question 11 • Appliquer le critère de Von Mises au point le plus chargé de la section.

Question 11 • Éléments de solution

Au point le plus chargé, on observe l'état de contrainte suivant :

$$\underline{\underline{\sigma}} = \begin{pmatrix} -1329 & 80 & 0 \\ 80 & -600 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Les contraintes principales sont :

$$\sigma_1 = -1338MPa \quad ; \quad \sigma_2 = -591MPa \quad ; \quad \sigma_3 = 0MPa$$

La contrainte équivalente de Von Mises est donc :

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2} = 1161MPa > R_e$$

Il y a donc clairement risque de plastification et de rupture à cause de la présence des contraintes résiduelles.

5 Dimensionnement en fatigue

On souhaite faire un dimensionnement en fatigue de cet arbre. La figure 8 présente une courbe classique tenue en fatigue. Pour l'acier 34 Cr Ni Mo 6 considéré, la limite d'endurance est $\sigma_D = 360MPa$.

Question 12 • On considère que le chargement appliqué à l'arbre provoque un état de contrainte alterné entre l'état déterminé à la question 4 et l'état libre. A l'aide du critère de Sines, déterminer si l'arbre fonctionne dans son domaine d'endurance illimitée.

Question 12 • Éléments de solution

Sines :

$$\sigma_s = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_{a1} - \sigma_{a2})^2 + (\sigma_{a1} - \sigma_{a3})^2 + (\sigma_{a2} - \sigma_{a3})^2} + \beta \bar{\sigma}_H < \sigma_D$$

où les σ_{ai} sont les amplitudes des contraintes principales alternées et

$$\bar{\sigma}_H = \frac{1}{3} (\sigma_{m1} + \sigma_{m2} + \sigma_{m3})$$

où les σ_{mi} sont les moyennes y compris les contraintes résiduelles.

En utilisant les résultats de la question 5, le premier terme vaut $742MPa$ et

$$\sigma_{m1} = -729/2 - 600MPa \quad ; \quad \sigma_{m2} = -600MPa \quad ; \quad \sigma_{m3} = 0MPa$$

Soit en prenant $\beta = 0.3$:

$$\bar{\sigma}_H = -520MPa$$

et donc :

$$\sigma_s = 585MPa > \sigma_D$$

6 Prise en compte simplifiée de la déformation de chappe

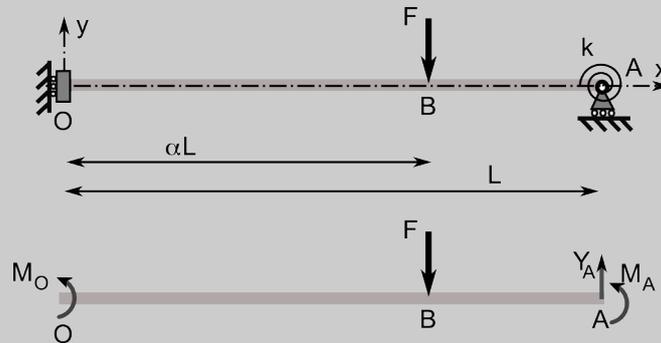
Afin d'améliorer le modèle on se propose de prendre le compte la déformation possible des chapes lorsque la liaison est chargée. Pour cela, une étude par élément finis dont le modèle est présenté sur la figure 9 a permis de déterminer une raideur équivalente des chapes.

Question 13 • Proposer un modèle de type de résistance des matériaux pour la détermination des efforts au sein de l'arbre. On se limite à un modèle plan. On prendra $k = 1 \cdot 10^7 N.m/m$ pour la raideur des paliers.

Question 13 • Éléments de solution

On propose le modèle ci-dessous avec :

$$F = \frac{1}{2} F_{\text{fleche} \rightarrow \text{balancier}} = 900 \text{ kN}$$



Les dimensions sont $OA = L = 297.5 \text{ mm}$, $OB = \alpha L = 160 \text{ mm}$ et $D = 120 \text{ mm}$. Pour le matériau, on utilise $E = 212 \text{ GPa}$. On obtient donc une section $S = 1.13 \cdot 10^4 \text{ mm}^2$ et une inertie en flexion $I = 1.02 \cdot 10^{13} \text{ mm}^4$.

Question 14 • Construire les diagrammes des efforts généralisés dans la poutre. Déterminer la section la plus chargée.

Question 14 • Éléments de solution

Équilibre :

$$Y_A = F \quad ; \quad M_O = -M_A - (1 - \alpha)LF$$

on garde M_A comme inconnue hyperstatique.

Dans la partie OB , on a :

$$N = 0 \quad ; \quad T = 0 \quad ; \quad M_f = -M_O = M_A + (1 - \alpha)LF$$

Dans la partie BA , on a :

$$N = 0 \quad ; \quad T = F \quad ; \quad M_f = M_A + (L - x)F$$

Énergie de déformation :

$$E_d = \frac{1}{2} \int_0^L \frac{M_f^2}{EI} dx + \frac{1}{2} \frac{M_A^2}{k}$$

Castigliano :

$$\frac{\partial E_d}{\partial M_A} = 0 = \int_0^{\alpha L} \frac{M_A + (1 - \alpha)LF}{EI} dx + \int_{\alpha L}^L \frac{M_A + (L - x)F}{EI} dx + \frac{M_A}{k}$$

soit :

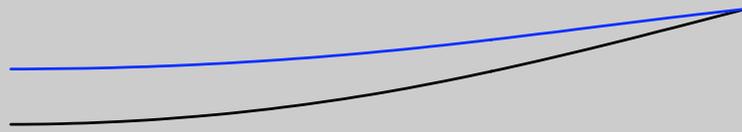
$$M_A \frac{kL + EI}{kEI} + \frac{FL^2}{2EI} (1 - \alpha^2) = 0 \quad \Rightarrow \quad M_A = -FL \frac{1 - \alpha^2}{2} \frac{kL}{kL + EI}$$

On obtient donc la solution dans la partie OB :

$$N = 0 \quad ; \quad T = 0 \quad ; \quad M_f = FL \left((1 - \alpha) - \frac{1 - \alpha^2}{2} \frac{kL}{kL + EI} \right)$$

Dans la partie BA , on a :

$$N = 0 \quad ; \quad T = F \quad ; \quad M_f = FL \left(\left(1 - \frac{x}{L}\right) - \frac{1 - \alpha^2}{2} \frac{kL}{kL + EI} \right)$$



Déformées avec (bleu) ou sans (noir) ressort

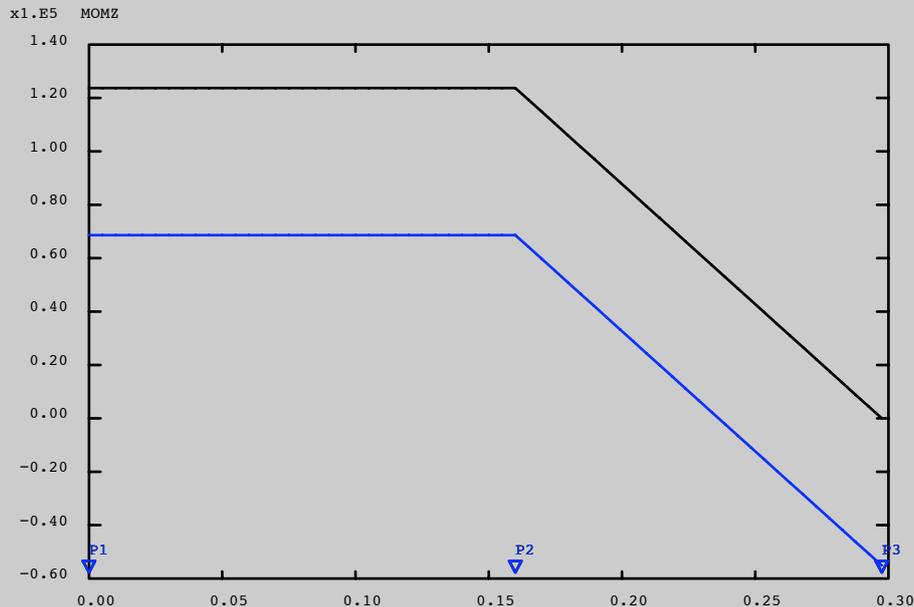


Diagramme du moment fléchissant avec (bleu) ou sans (noir) ressort

La section la plus chargée est en B où

$$T = F = 9kN \quad ; \quad M_f = (1 - \alpha)F = 6.86 \cdot 10^4 N.m$$

Question 15 • Reprendre les calculs précédents avec l'état de contrainte obtenu à l'aide ce nouveau modèle.

Question 15 • Éléments de solution

Sans contraintes résiduelle, on obtient :

$$\sigma_{VM} = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} = 427MPa$$

ce qui est très inférieur à la limite élastique $R_e = 780MPa$.

Au point le plus chargé, on observe l'état de contrainte suivant :

$$\underline{\underline{\sigma}} = \begin{pmatrix} -1004 & 80 & 0 \\ 80 & -600 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Les contraintes principales sont :

$$\sigma_1 = -1019MPa \quad ; \quad \sigma_2 = -585MPa \quad ; \quad \sigma_3 = 0MPa$$

La contrainte équivalente de Von Mises est donc :

$$\frac{1}{2} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2} = 875MPa > R_e$$

Il y a donc toujours risque de plastification à cause de la présence des contraintes résiduelles.

7 Solutions d'amélioration

Question 16 • Proposer des solutions pour limiter les risques de rupture de l'arbre.

Question 16 • Éléments de solution

- changement de matériau :
- arbre creux
- refroidissement plus lent
- trempe à coeur
- ...



Figure 4 – Détermination des effort sur la liaison étudiée

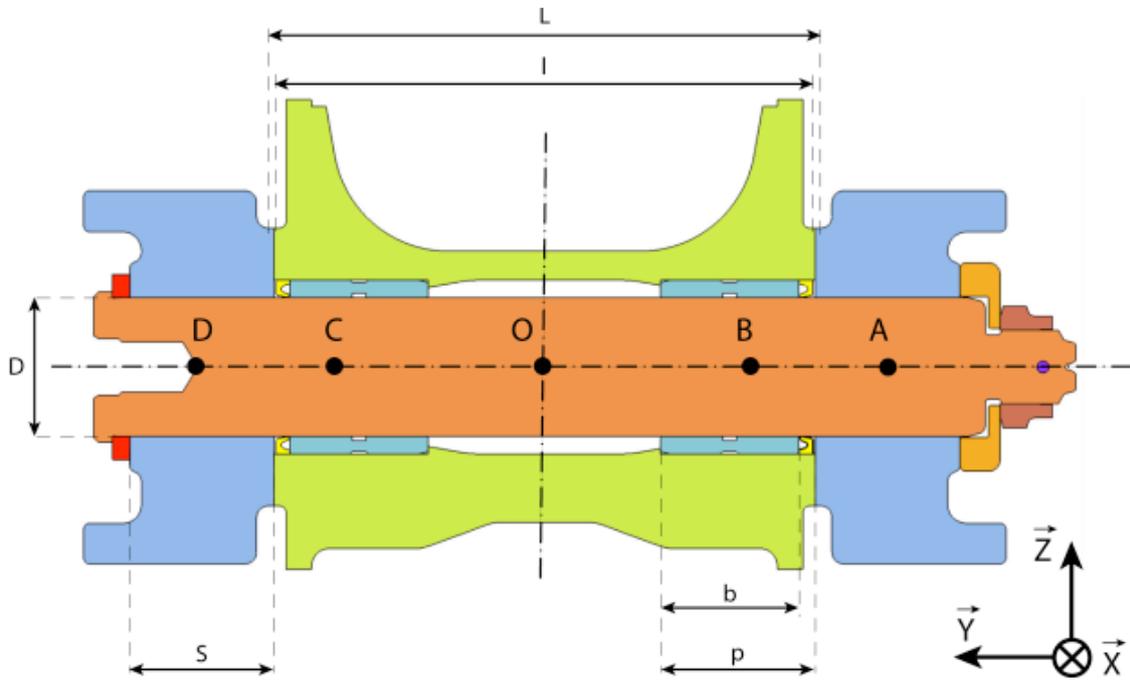


Figure 5 – Géométrie de la liaison existante

Dimension	L	l	D	b	s	p
Valeur (mm)	470,6	468	120	120	125	134

Tableau 1 – Données géométriques de la liaison existante

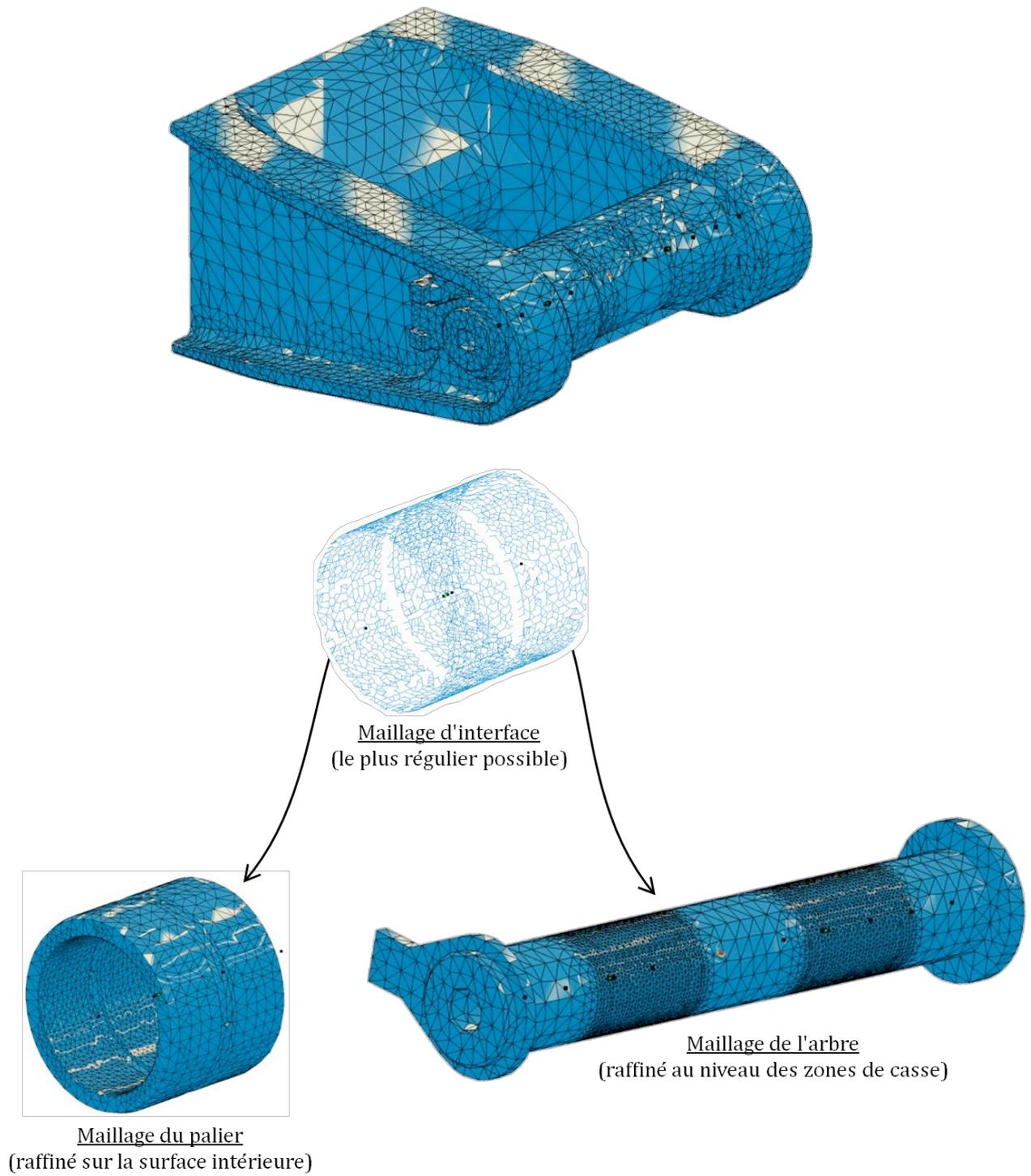


Figure 6 – Maillage éléments finis utilisé

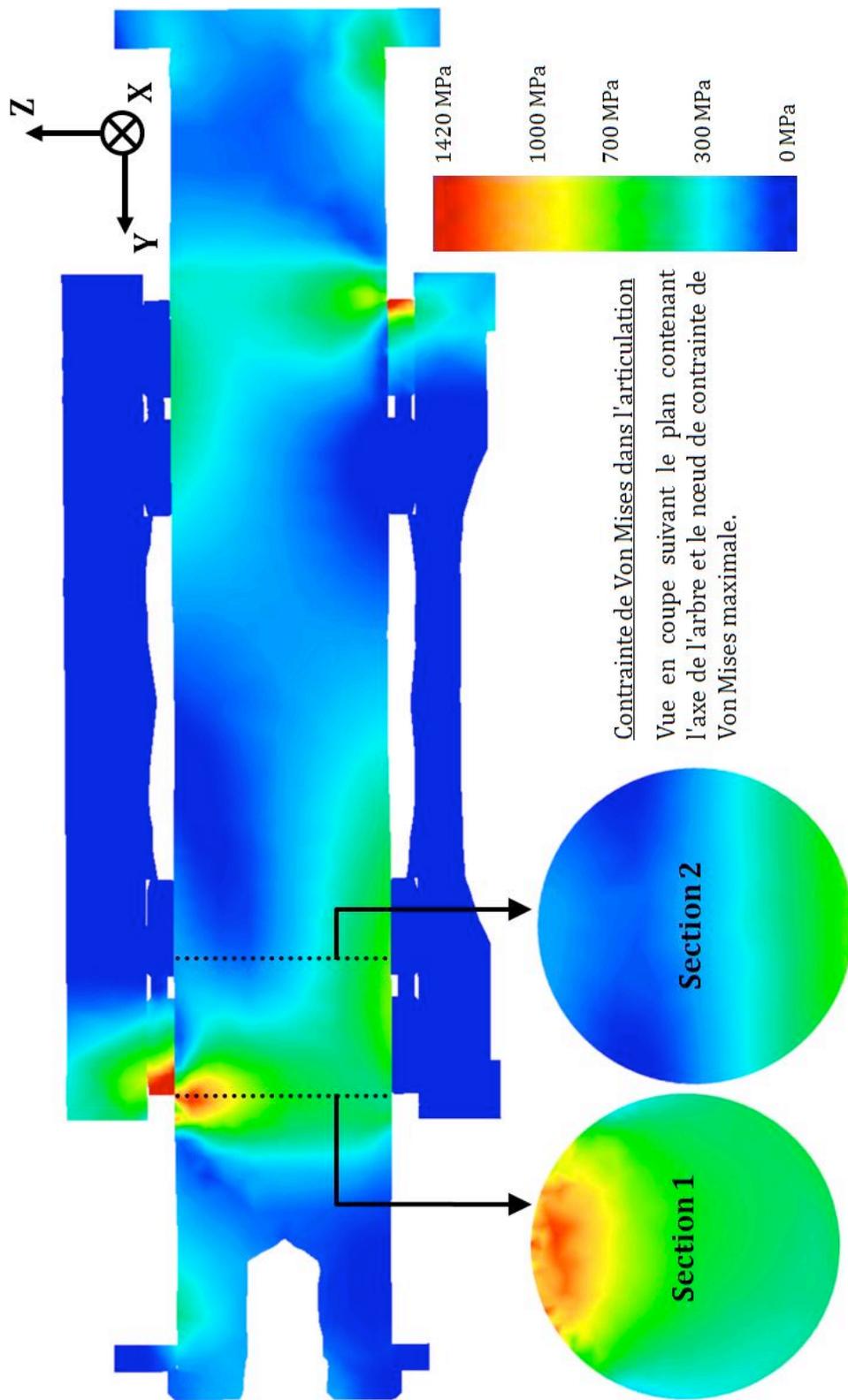


Figure 7 – Contrainte de Von Mises calculée par éléments finis

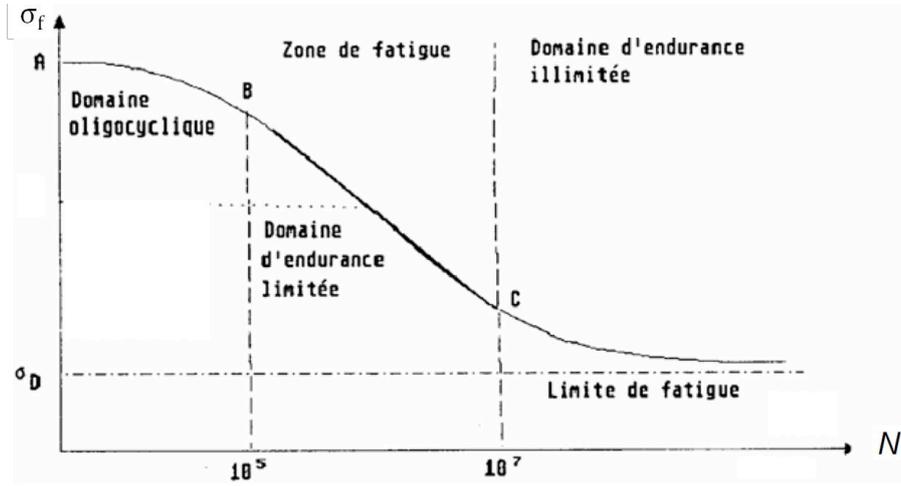


Figure 8 – Courbe de Wöhler pour le matériaux considéré

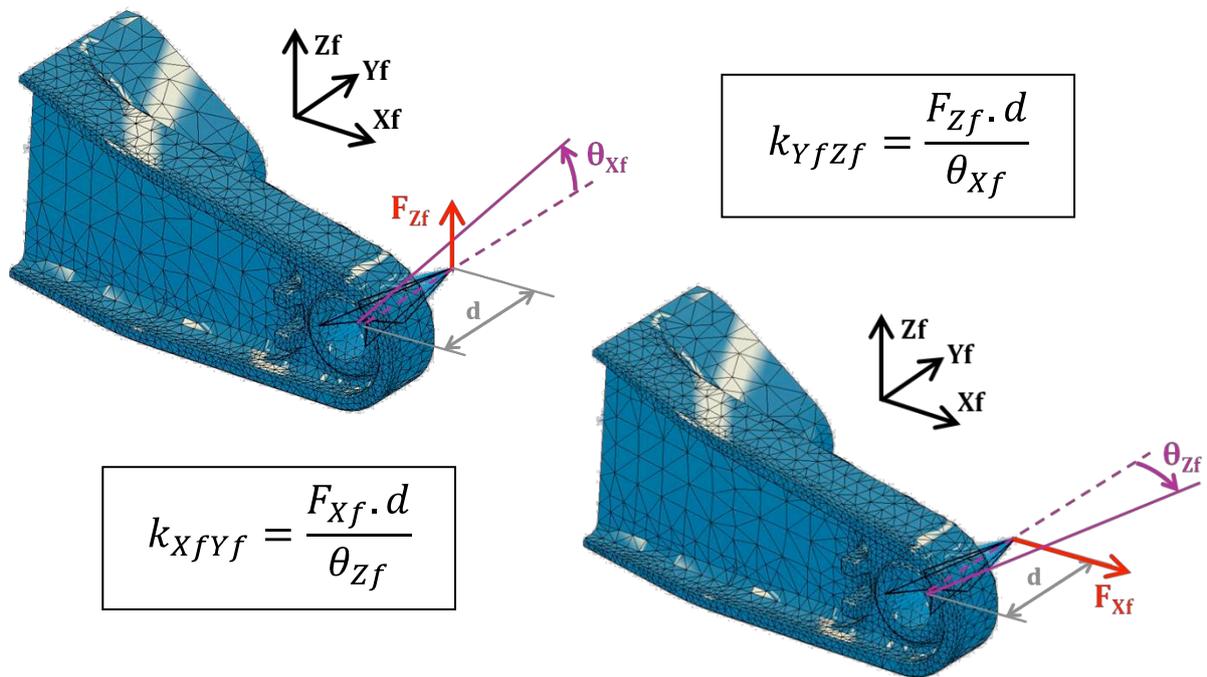


Figure 9 – Détermination par éléments finis des raideurs équivalentes des chappes