

1	Analyse modale, fonctions de transfer et modes : essais et calcul (3h) . . . . .	1
1.1	Identification = problème inverse pour estimer les modes . . . . .	2
1.2	Procédure d'identification (utilisez le film pour TP COVID19) . . . . .	3
1.3	Corrélation calcul/essai . . . . .	4
1.4	Problèmes directs : calcul élément fini, modes, transferts . . . . .	5
1.5	Analyse de sensibilité . . . . .	5

## Calculs et essais en mécanique des vibration

E. Balmes, C. Sarraf, B. Hayne

ENSAM

CER Paris

Ce TP débutant la séquence sur la mécanique des vibrations, présente un contexte général de l'utilisation conjointes des modèles et essais. Les calculs et les identifications sont réalisés dans la toolbox MATLAB/SDT. La première séance introduit les notions et fait sur ordinateur une première confrontation à l'analyse modale. Les séances suivantes sont surtout expérimentales, mais un poste calcul est utilisé pour confronter essais et calcul.

### 1 Analyse modale, fonctions de transfer et modes : essais et calcul (3h)

Pour aider aux différentes étapes, on fera appel dans MATLAB à des fonctions de la Structural Dynamics Toolbox ([www.sdtools.com](http://www.sdtools.com)) pour le calcul élément fini et les résultats d'essai. Les données sont normalement disponibles

- en local ENSAM. Dans MATLAB faites  
`cd('X:\Enseignants\balmes\MeVib')`  
`% Ou cd('\\intram\paris\Echange\Enseignants\balmes\MeVib')`  
`startup % modifie le PATH de MATLAB pour inclure SDT`
- vous pouvez travailler à partir des films fournis (voir les liens ci dessous) et/ou installer une version déployée de MATLAB et SDT en suivant la procédure (A DEFINIR)
- [mevib16](#) est la fonction utilisée en support de l'ensemble des modèles.

L'objet principal du TP est de comprendre, en essai et en calculs, l'influence des termes de la formule (1) pour le calcul des fonctions de transfert comme somme de contributions modales

$$H(\omega) = [c] [-M\omega^2 + K]^{-1} [b] \approx \sum_{j=1}^{NM} \frac{[c] \{\phi_j\} \{\phi_j\}^T [b]}{-\omega^2 + i\omega\zeta_j\omega_j + \omega_j^2} \quad (1)$$

avec

- $\omega_j$  les fréquences propres
- $\zeta_j$  les amortissements modaux
- $\phi_j^T [b]$  la commandabilité modale (modes propres  $T = [\phi_1 \dots \phi_{NM}]$  projetés sur la matrice d'entrée  $[b]$ )
- $[c]\phi_j$  l'observabilité modale (modes propres  $T = [\phi_1 \dots \phi_{NM}]$  observés sur  $[c]$ )
- $\omega$  les fréquences d'excitation (sera stocké dans le vecteur  $f$ )
- A partir d'une fonction de transfert, comment identifier un mode. Où ce mode est il défini ?
- A partir d'une CAO, quelles sont les étapes d'un calcul de mode puis de transfert ?
- A partir d'une forme calcul et d'une forme essai, comment les comparer avec le MAC ?

## 1.1 Identification = problème inverse pour estimer les modes

Pour l'indentification, le modèle de connaissance lié à l'hypothèse (réaliste) que la formule (1) représente bien la réalité, regroupe les observabilités et commandabilités modales en un résidu  $R_j = [c \{ \phi_j \} \{ \phi_j \}^T [b]]_{NS \times NA}$  est

$$H(\omega) = \sum_{j=1}^{NM} \frac{[R_j]_{NS \times NA}}{-\omega^2 + i\omega\zeta_j\omega_j + \omega_j^2} + E + \frac{F}{s^2} \quad (2)$$

Pour plus de détails sur l'analyse modale expérimentale, vous pouvez lire les chapitres adéquats de [www.sdtools.com/pdf/PolyId.pdf](http://www.sdtools.com/pdf/PolyId.pdf).

On utilise des mesures au vibromètre laser chargées avec `mevib16('loadBrake -ci 3');` ; % Ou bouton BrId de l'interface

il faut ensuite passer un peu de temps a comprendre : les courbes affichées, les différentes mesures en navigant dans `channel` ou avec les boutons **+**, en quoi l'identification est incomplète, comment elle peut être complétée (voir la procédure dans la section ci dessous), comment on affiche les formes expérimentales, comment on peut choisir un nom pour les formes modales, ... A l'issue de cette discussion répondez aux questions ci dessous.

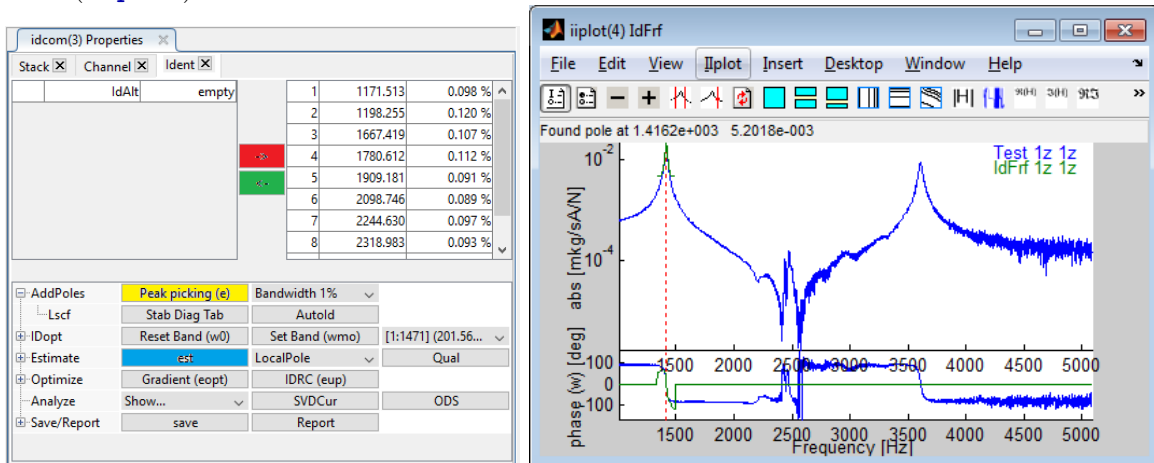
Film essai <https://web.microsoftstream.com/video/8ddc058c-c183-483a-bad4-aa89caca7a86>

- Q1: Identifier manuellement les modes expérimentaux manquants à l'aide de la commande SDT idcom. Voir section 1.2 pour le protocole d'identification des modes. Donner le résultat de votre identification en donnant
  - la liste des pôles `ci.Stack{'IdMain'}.po` (faire `idcom('tableiipo')`)
  - superpositions de fonctions de transfert illustrant la qualité de votre résultat (au plus 3 superpositions).

- Q2: visualiser les deux premiers modes identifiés dans la figure dont le titre est **figure(55)**. Les décrire = leur donner un nom.
- Q3: quand on presse **+** dans **iipplot** quel indice change t'on dans la formule (1)? Idem quand, on presse **+** dans **feplot**?
- Q4: Quelles sont les propriétés, symboles de (1), variants d'un transfert à l'autre ? Réviser votre réponse après avoir répondu à Q12.

## 1.2 Procédure d'identification (utilisez le film pour TP COVID19)

La procédure utilise une figure de boutons (onglet **Ident**) et une figure d'affichage des courbes (**iipplot**).



1. Pour identifier un mode :
  - (a) Cliquer sur le bouton **Peak picking (e)** (en jaune).
  - (b) dans la figure **iipplot** contenant les réponses, cliquer sur le maximum du pic en fréquence (**Pick pole frequency**)
  - (c) Pour valider le mode identifié, cliquer sur la flèche droite (en rouge). La valeur est accessible par `ci.Stack{'IdMain'}.po` . Pour enlever un pole utiliser la flèche gauche (en vert).
  - (d) Recommencer l'identification de modes autant de fois que nécessaire, en alternant avec le raffinement (voir point suivant)
2. Après avoir identifié tous les modes, estimer la fonction de transfert large bande en cliquant sur **est** (bleu)
3. Sélectionner une bande de fréquence où l'identification n'est pas très bonne (utiliser les boutons **Set Band (wmo)** pour sélectionner et **Reset band (w0)** pour revenir à l'ensemble de la bande), puis utiliser une des optimisations **eopt** ou **eup** (Donner un nombre d'itération jusqu'à convergence du calcul (quadratic cost constant)).

4. Si vous avez un MATLAB, exécuter la commande `idcom('tableIdMain')` dans la fenêtre de commande Matlab (command window) et copier le résultat dans votre compte rendu. Sinon copiez la table affichée.

Le processus fonctionnel de cette procédure et plus de détails peuvent être trouvés dans le manuel SDT (`sdtweb('dockid#idprocess')`).

### 1.3 Corrélation calcul/essai

L'objectif de cette section est de présenter quelques notions de corrélation calcul/essai. Un maillage élément fini de la structure a été réalisé en préalable du TP et peut être chargée avec `mevib16('loadBrake -cf2');` % Display FEM modes button  
def

Mode : <https://web.microsoftstream.com/video/8bebab4-89e6-4c37-9626-ade352f0acba>

Corrélation : <https://web.microsoftstream.com/video/83e5b497-6b0a-4b1c-8240-df731e8b2e60>

où `model` est une structure avec les noeuds, éléments, propriétés, ... et `def` avec les 30 premiers modes (dont le calcul a été réalisé préalablement pour éviter des problèmes de temps de calcul sur des machines un peu lentes).

- Q5: On analyse ici ce qu'est un mode calculé. Identifiez les données présentes dans la structure `def` dans la formule (1) et dans la vue du maillage affichée à l'écran : que signifient le champ `.DOF` et les lignes de `.def`, que signifient les colonnes de `.def` et les valeurs de `.data` ?
- Q6: A quoi correspondent les 6 modes à fréquence nulle? quelle est la fréquence du premier mode flexible ? Pourquoi certaines fréquences ne sont elles pas exactement nulles ?
- Q7: expérimentalement, où les modes  $\{y_{Test}\}$  sont ils connus ? comment est estimé la réponse expérimentale à partir d'un résultat de calcul ?

La comparaison est faite à l'aide du critère de MAC (Modal Assurance Criterion) qui est le coefficient de corrélation donné par

$$MAC_{ij} = \frac{|\{y_{Test,i}\}^H \{c\phi_j\}|^2}{(\{y_{Test,i}\}^H \{y_{Test,i}\})(\{c\phi_j\}^H \{c\phi_j\})} \quad (3)$$

Le MAC vaut 1 (ou 100% selon la convention) pour des formes proportionnelles l'une à l'autre. Une valeur supérieure à 90 % est considérée comme très bonne. Au dessous de 0.6, les formes sont généralement très différentes.

`mevib16('viewmac');`

- Q8: À quoi correspondent les lignes et colonnes du graphe de MAC ?
- Q9: Quels modes sont bien corrélés ? En quoi le critère de MAC aide t'il par rapport à une visualisation directe des déformées ?


Note : le modèle a été dégradé pour utiliser des éléments coque et contient le guide cable (qui n'est pas inclus dans le test ici, mais le sera plus tard).

## 1.4 Problèmes directs : calcul élément fini, modes, transferts

Un maillage élément fini de la structure a été réalisé en préalable du TP et peut être chargée avec

```
mevib16('loadBrake -cf2'); % Display FEM modes button
```

où `model` est une structure avec les noeuds, éléments, propriétés, ... et `def` avec les 30 premiers modes (dont le calcul a été réalisé préalablement pour éviter des problèmes de temps de calcul sur des machines un peu lentes).

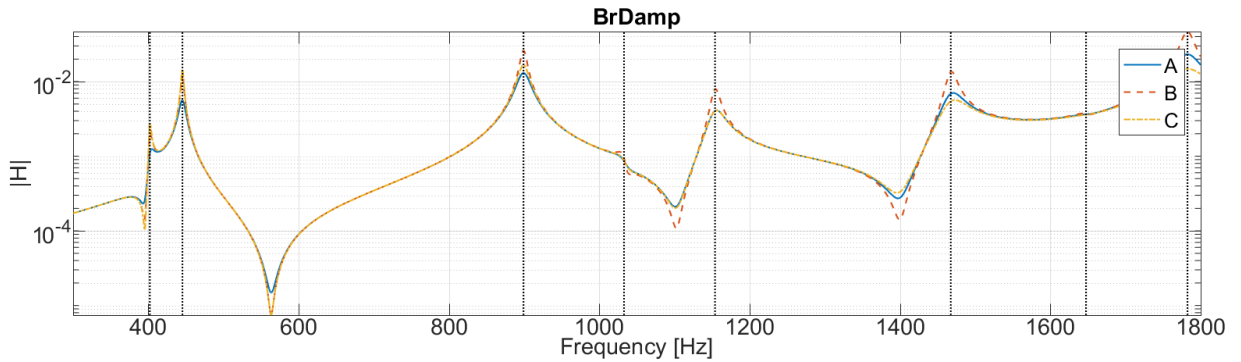
- Q10: cliquez sur le bouton  dans `feplot`. Listez les données nécessaires à calcul élément fini conduisant aux modes (en comparant avec la liste de la section 2.5.1 du cours repris dans la présentation du TP). Comment peut on compter le nombre de DDL (DOF) ?
- Q11: A partir du calcul numérique des modes, quelle information complémentaire est nécessaire pour calculer une fonction de transfert en utilisant (1) ? Autrement dit que signifient `damp,in,out` dans le code suivant qui construit les transferts ?

```
mevib16('loadBrake -cf2');  
damp=.01; % ???  
in=23199.03; % ???  
out=[23199;23283;5161;5170]+.03; % ???  
fecom('shownodemark',out,'color','r','markersize',10)  
f=linspace(0,5000,2048)'; % frequencies  
sys=nor2ss(def,damp,in,out,'Hz vel');  
qbode(sys,f*2*pi,'iplot "simul1" -po');  
ci=iplot; % pointer to responses  
ci.Stack{'simul1'}.X(2:3)={fe_c(in) fe_c(out)}; % Clean labels  
iicom(';iix:simul1only;sub1 1;ch1:4');
```

- Q12: On veut faire le lien entre la vue spatiale (forme modale) et la vue fréquentielle (fonction de transfert avec résonances). Pourquoi le premier mode flexible n'est il pas visible dans le transfert ? quelle quantité de la formule (1) est petite ? (explication du contexte industriel dans le film).

## 1.5 Analyse de sensibilité

- Q13: La courbe ci-dessous affiche trois calculs associés à un amortissement modal de 1%, 0.5% et un amortissement de Rayleigh  $C = \alpha M + \beta K$  avec  $\alpha = 0$  et  $\beta$  tel que  $\zeta_i = (\beta \omega_i) / 2$ . Placez la bonne légende pour  $A, B, C$  et justifiez à quelle fréquence est ajustée la valeur  $\beta$  pour que l'amortissement modal correspondant soit de 0.01.



- Q14: on cherche à comprendre l'utilisation des formules de sensibilité/perturbation (section 3.5.2 du cours).

$$\omega_j^2(p + \Delta p) \approx \omega_j^2(p) + \frac{\partial \omega_j^2}{\partial \{p\}} \{\Delta p\} = \omega_j^2(p) + \left( \{\phi_j\}^T \left[ \frac{\partial K}{\partial p} - \omega_j^2 \frac{\partial M}{\partial p} \right] \{\phi_j\} \right) \{\Delta p\} \quad (4)$$

Pour le mode de flexion du guide câble à 1780 Hz, augmenter l'épaisseur de la plaque de ce guide câble de 10%, conduirait à une augmentation de raideur de  $1.1^3 \approx 1.33$ . Estimer le décalage de fréquence associé. Augmenter l'épaisseur est-il la bonne solution ? Où faudrait-il percer un trou, pour augmenter la fréquence de ce mode ?

```
mevib16('loadBrake -cf2'); % Boutton ViewEnerk
ek=fe_stress('enerk',cf.mdl,cf.def); em=fe_stress('enerm',cf.mdl,cf.def);

cla(cf.ga);fecom(cf,'ch14');fecom('view2');fecom('colordataEvalZ-alpha1');
% Energy (boutton BrEnerk)
cf.sel={'-linface','colordataElt',ek};cf.os_('CmFepplotB');
fecom('coloralpha-edgealpha.1');
% Density (boutton BrEnerkDens)
cf.sel={'-linface','colordataElt -dens',ek}; cf.os_('CmFepplotB');
fecom('coloralpha-edgealpha.1');
% Fraction of total (boutton BrEnerkFrac)
cf.sel={'-linface','colordataElt -frac3 -edgealpha.1',ek};

% Kinetic energy density (boutton BrEnerMFrac)
cf.sel={'-linface','colordataElt -edgealpha.1 -frac3',em};
```