

# INTRODUCTION A LA MAITRISE STATISTIQUE DES PROCEDES ET A LA METHODE 6 SIGMA

## de la maîtrise de la production par la mesure

**Pascal LE ROUX**  
Professeur agrégé  
ENSAM Bordeaux-Talence

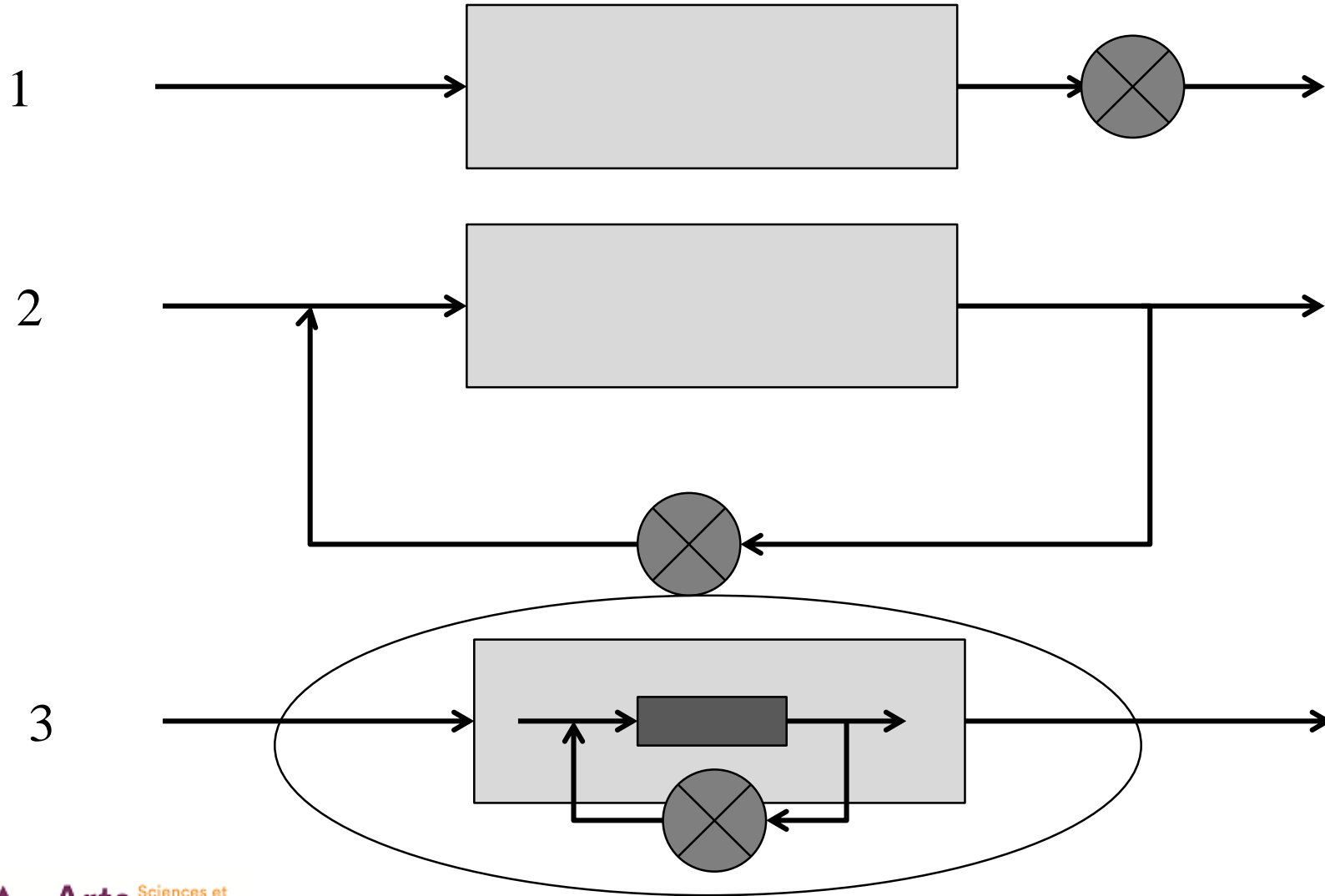
V2 juin 2019

**L'entreprise doit démontrer son aptitude à fournir constamment un produit conforme aux exigences des clients et aux exigences réglementaires applicables...**

**...L'entreprise vise à accroître la satisfaction de ses clients**

extrait du chapitre 1.1 Généralités de l'ISO 9001-2015

# Le contrôle au cœur des systèmes



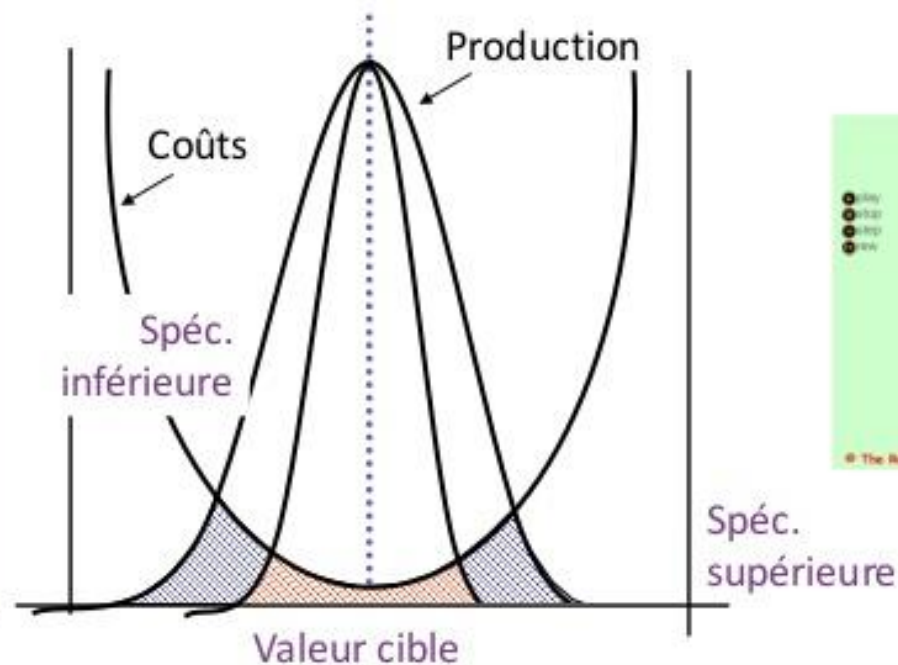
# Risques économiques et variabilités des systèmes

## Les impacts de la variation

### L'analyse de la variabilité



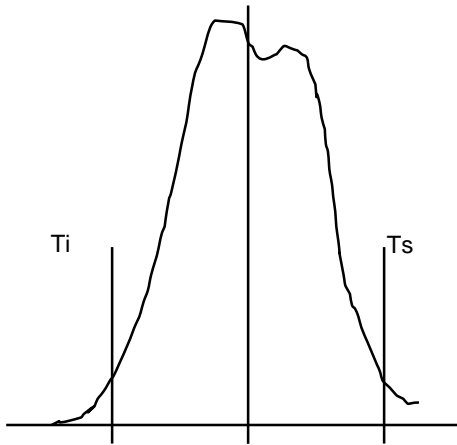
Genichi Taguchi  
(1924-2012)



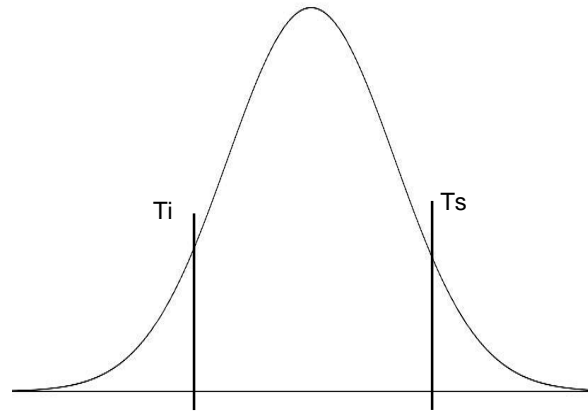
Plus la variation augmente, plus le coût augmente !



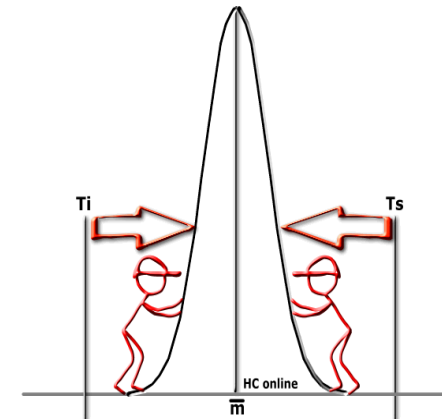
# Variabilité d'une production : objectif



**Production non maîtrisée**  
Causes : dérives  
+ aléatoires



**Production maîtrisée**  
Causes : Dérives  
corrigées + aléatoires  
quantifiés



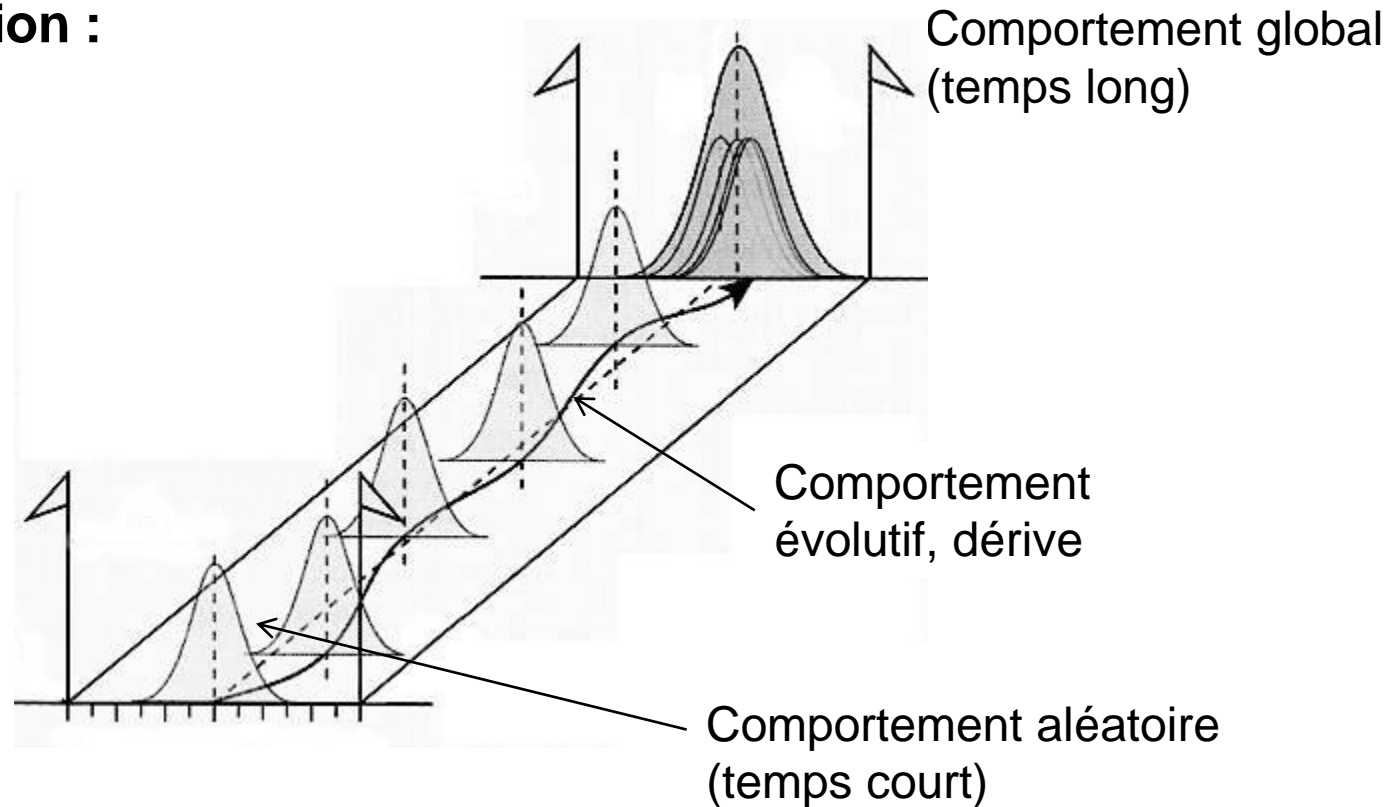
**Production capable**  
Causes : aléatoires  
limitées pour un risque  
accepté

**Amélioration continue**

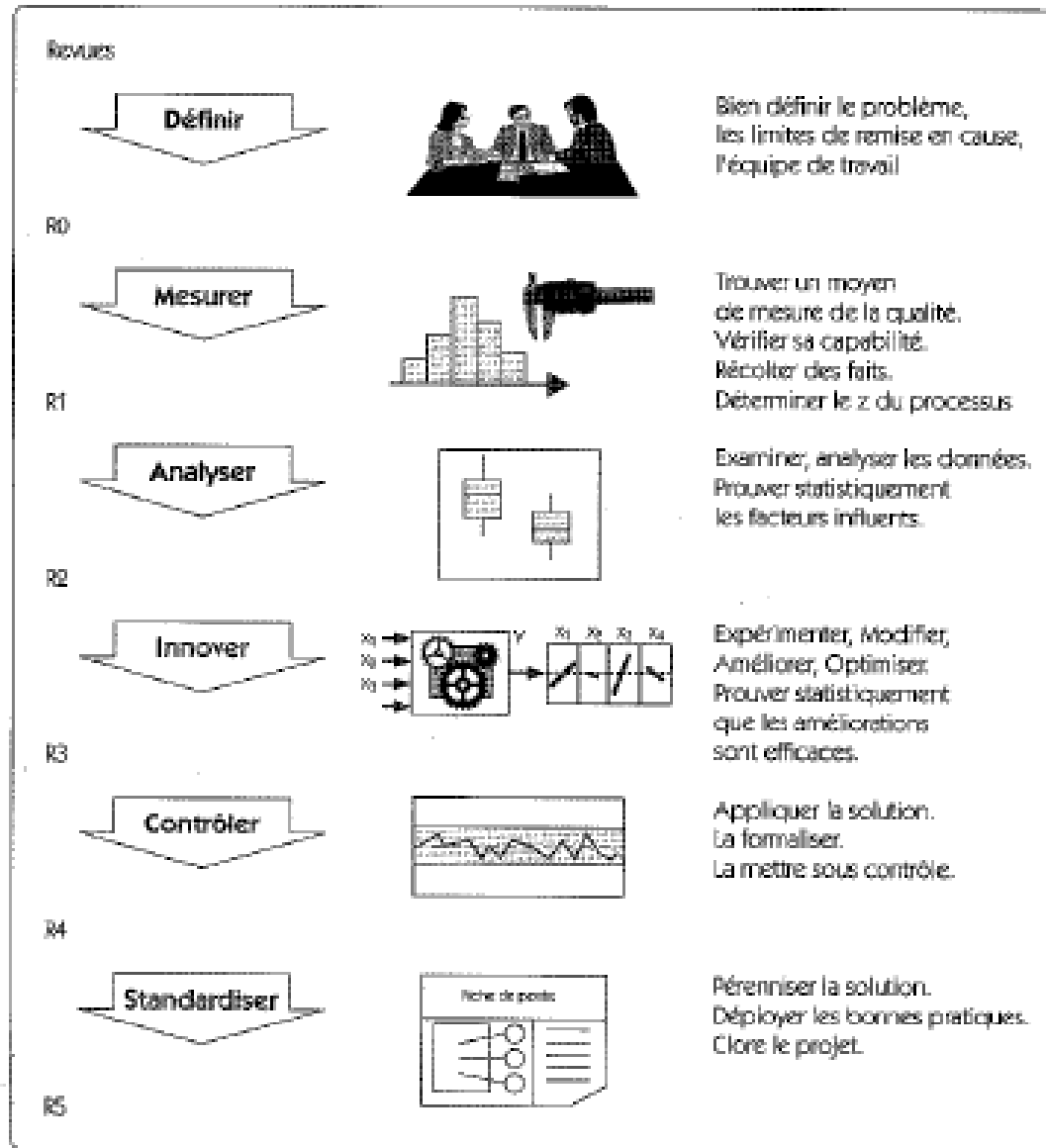


# Comportement aléatoire et évolutif (dérive)

Représentation :



# Compléments apportés par la méthode 6 sigma et DMAICS



# Les causes de variations

## **Aléatoires :**

Elles existent dans chaque opération ;

Elles font partie du processus lui-même (c'est la dispersion naturelle du procédé).

Il est possible de les réduire, jamais de les annuler.

## **Evolutives :**

Elles sont présentes dans la plupart des opérations / processus et génèrent une évolution de façon continue; dérive.

Il est généralement possible de corriger leurs influences

## **Accidentelles :**

Elles sont présentes dans la plupart des opérations / processus à un moment ou à un autre;

Elles sont le résultat d'une perturbation unique.

Il est généralement possible de les détecter et agir pour y remédier.

# Maitriser la mesure : capabilité de mesure

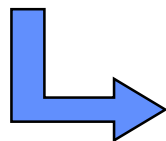
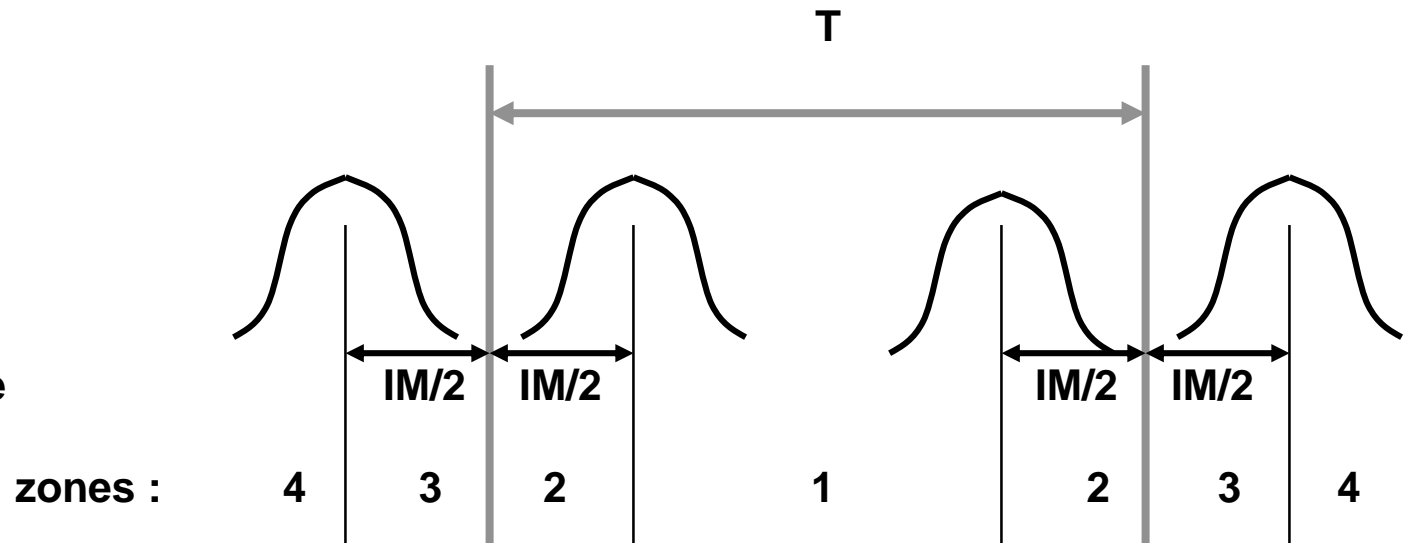
## ZONES :

- 1: Grandeur conforme : zone de garantie de conformité
- 2: Grandeur déclarée conforme  
risque client : accepter une grandeur non conforme
- 3: Grandeur déclarée non conforme  
risque fournisseur : refuser une grandeur conforme
- 4: Grandeur non conforme : zone de garantie de non-conformité

} Zone  
d'indétermination

$T = \pm T/2$  : Tolérance

$IM = \pm IM/2$  : Incertitude  
de mesure



Il est recommandée par la norme :  $T / IM > 2$  ( $k = 2$ )

La Capabilité C est définie par :  $C = T / U$

si  $IM/2 = k uc$ , il en découle :

$C > 4$



# Maitriser la mesure : R&R

## **Incertitudes de mesure :**

Elles dépendent de facteurs type étalonnage et raccordement et de facteurs type répétabilité et reproductibilité

## **Etalonnage et raccordement :**

Si l'influence de ces facteurs est négligeable par rapport aux répétabilité et reproductibilité, il est possible de réduire la maîtrise de la mesure à la maîtrise du R&R

## **répétabilité et reproductibilité : R&R**

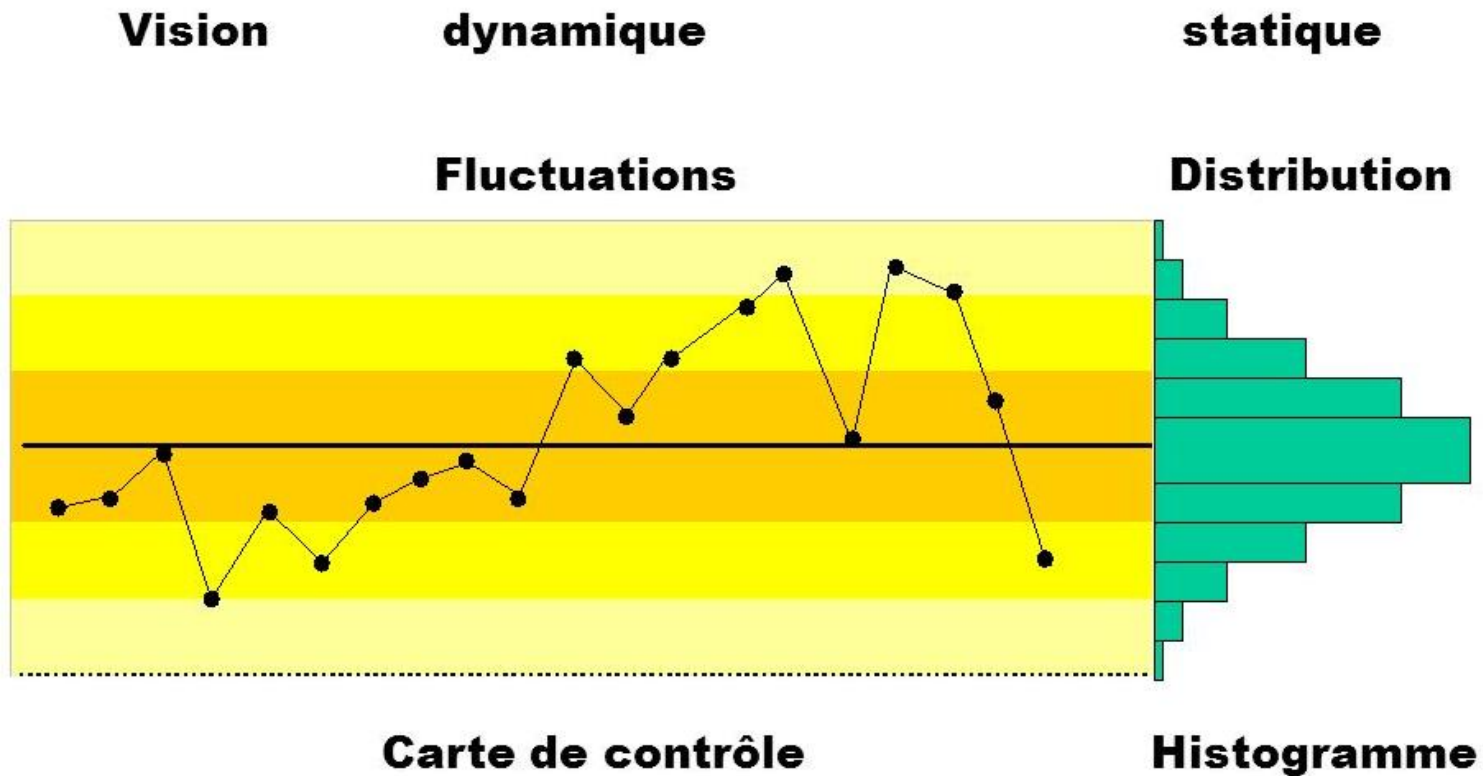
Permet de quantifier l'ensemble des instabilités de mesure sur poste de production : opérateur, outillage, température, etc

Règle minimale : détermination de l'écart type

$$u_{(R\&R)} = \sqrt{u \text{ répétabilité}^2 + u \text{ reproductibilité}^2}$$

# Les 2 aspects du suivi de production

## Les deux aspects de la production



# Taille d'un échantillon

## Cas de l'échantillon indépendant ou non exhaustif (N infini)

La formule donnant la taille de l'échantillon minimum est la suivante :

$$n = \frac{t \cdot p \cdot (1-p)}{e^2}$$

**N** : la taille de la population-mère,

**n** : la taille de l'échantillon,

**e** : la marge d'erreur,

**t** : le coefficient de marge déduit du taux de confiance,

**p** : la proportion des éléments de la population-mère qui présentent une propriété donnée.

Les taux de confiance les plus utilisés et les coefficients de marge associés sont donnés dans le tableau suivant :

Taux de confiance	Coefficient de marge (t)
90 %	1,65
95 %	1,96
99 %	2,57

La norme NFX06 022/ ISO2859 recommande :

Quantité lot		Quantité à contrôler minimum
1 à 8	→	2
9 à 15	→	3
16 à 25	→	5
26 à 50	→	8
51 à 90	→	13
91 à 150	→	20
151 à 280	→	32
281 à 500	→	50

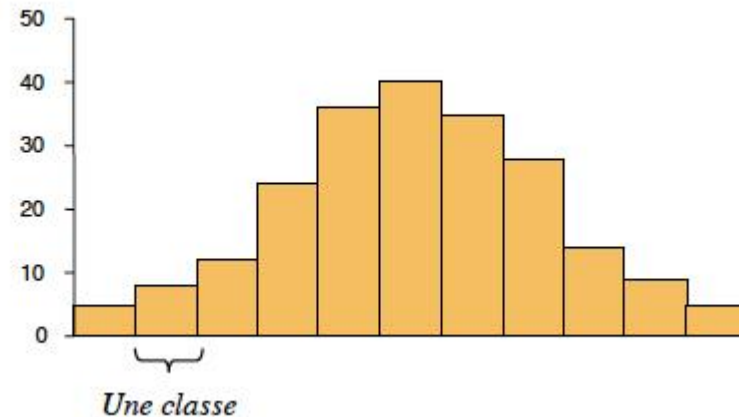
# Histogramme

Si on ne définit pas de classe l'échelon de mesure devient la classe. Dans la plupart des cas ce n'est pas exploitable.

Axe des ordonnées :  
les effectifs par classe

% de l'effectif

probabilité



Axe des abscisses :  
les classes

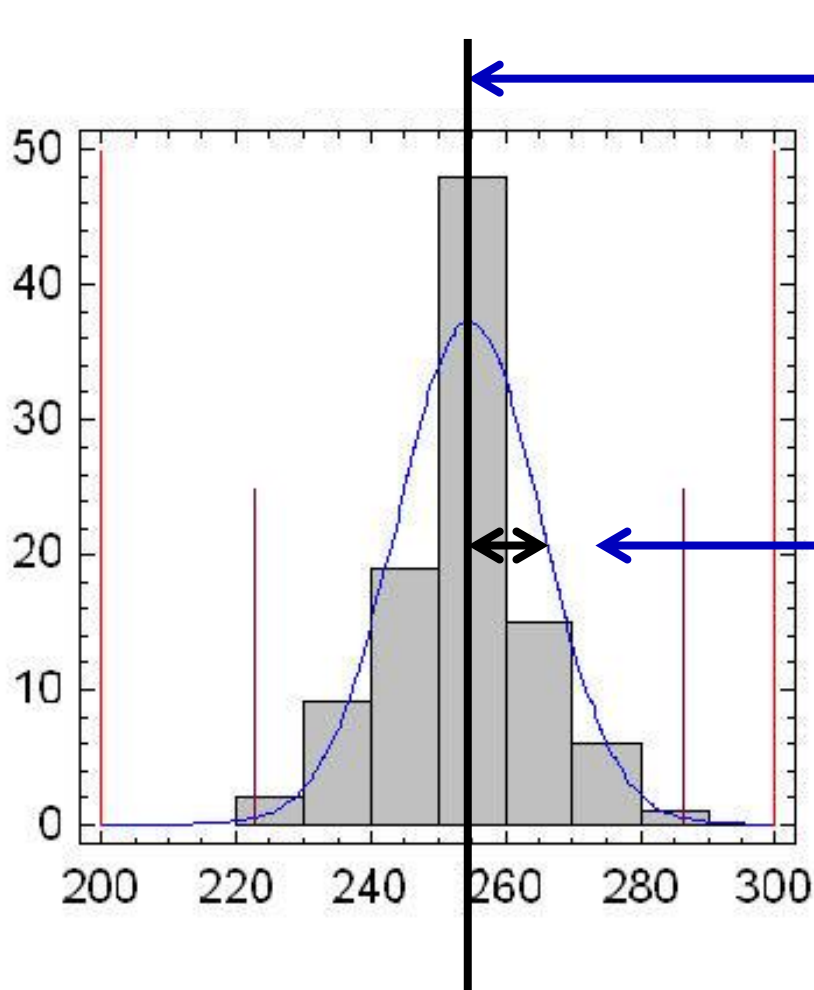
Choix de la largeur de la classe  $h$  théorique :

$$h \text{ théorique} = \frac{X_{\text{maxi}} - X_{\text{mini}}}{k}$$

N bre de mesures	25	50	100	250
K bre de classes	6	7	8	9

Attention :  $H \gg U$  (incertitude élargie) ou  $u(R\&R)$

# Modélisation de la distribution



Espérance d'une distribution :  
**La Moyenne**

Variabilité de la distribution :  
Variance

Et

**L'écart type**  
= racine carré de la variance

# Loi normale centrée réduite

changement de variable :

$$Z = \frac{x - \bar{x}}{\sigma}$$

## Propriétés :

$$P(x) = F(u)$$

$$P(-x) = 1 - F(u)$$

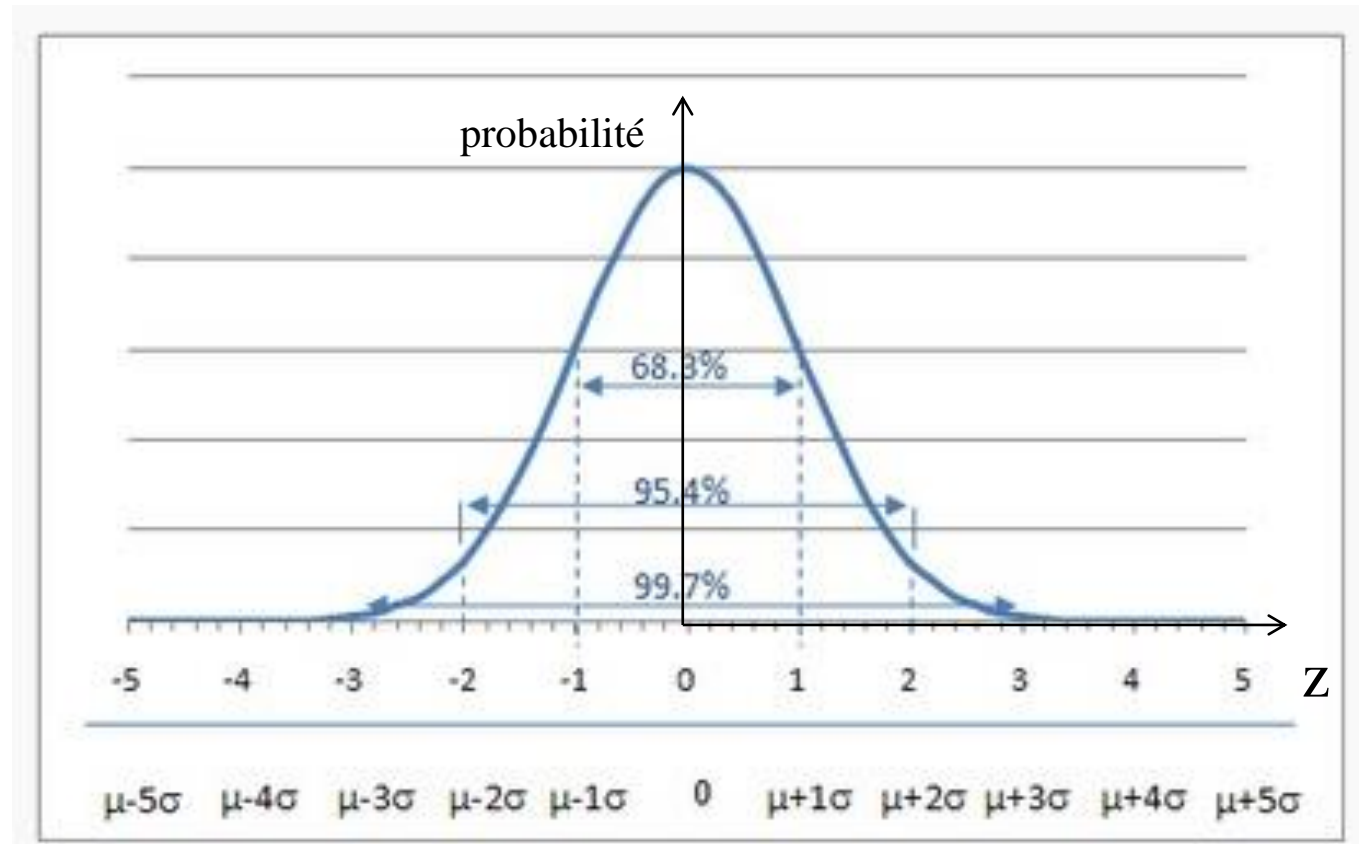
Si  $P(x_1) = F(u_1)$  et

$P(x_2) = F(u_2)$ , et  $X_1$

$< X_2$   $P(X_1 < X <$

$X_2) = P(X_2) - P(X_1)$

**Caractérisation de la distribution de Gauss : moyenne  $\mu$  et écart type  $\sigma$**



Extrait :

### Table de la distribution Z Normale Réduite

Fonction de répartition :  $P(Z < z)$

Les valeurs les plus courantes de cette table détaillée sont reprises en dernière ligne de la table de t de Student

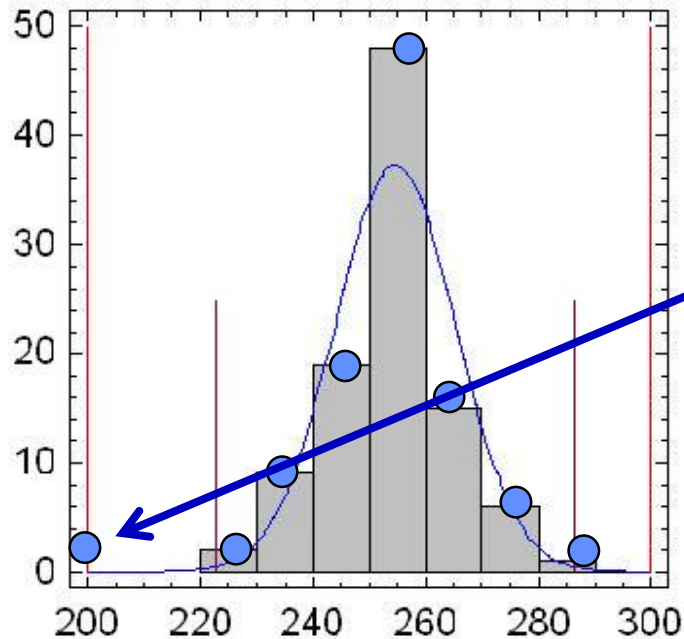
Exemple :  $P(Z < 0.35) = 0,63683$  se trouve en ligne 0.3 et colonne 0.05

z	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,50000	0,50399	0,50798	0,51197	0,51595	0,51994	0,52392	0,52790	0,53188	0,53586
0,1	0,53983	0,54380	0,54776	0,55172	0,55567	0,55962	0,56356	0,56750	0,57142	0,57535
0,2	0,57926	0,58317	0,58706	0,59095	0,59484	0,59871	0,60257	0,60642	0,61026	0,61409
0,3	0,61791	0,62172	0,62552	0,62930	0,63307	0,63683	0,64058	0,64431	0,64803	0,65173
0,4	0,65542	0,65910	0,66276	0,66640	0,67003	0,67365	0,67724	0,68082	0,68439	0,68793
0,5	0,69146	0,69498	0,69847	0,70194	0,70540	0,70884	0,71226	0,71566	0,71904	0,72241
0,6	0,72575	0,72907	0,73237	0,73565	0,73891	0,74215	0,74537	0,74857	0,75175	0,75490
0,7	0,75804	0,76115	0,76424	0,76731	0,77035	0,77337	0,77637	0,77935	0,78231	0,78524
0,8	0,78815	0,79103	0,79389	0,79673	0,79955	0,80234	0,80511	0,80785	0,81057	0,81327
0,9	0,81594	0,81859	0,82121	0,82382	0,82639	0,82894	0,83147	0,83398	0,83646	0,83891
1,0	0,84135	0,84375	0,84614	0,84850	0,85083	0,85314	0,85543	0,85769	0,85993	0,86214
1,1	0,86433	0,86650	0,86864	0,87076	0,87286	0,87493	0,87698	0,87900	0,88100	0,88298
1,2	0,88493	0,88686	0,88877	0,89065	0,89251	0,89435	0,89617	0,89796	0,89973	0,90148
1,3	0,90320	0,90490	0,90658	0,90824	0,90988	0,91149	0,91309	0,91466	0,91621	0,91774
1,4	0,91924	0,92073	0,92220	0,92364	0,92507	0,92647	0,92786	0,92922	0,93056	0,93189
1,5	0,93319	0,93448	0,93575	0,93699	0,93822	0,93943	0,94062	0,94179	0,94295	0,94408
1,6	0,94520	0,94630	0,94738	0,94845	0,94950	0,95053	0,95154	0,95254	0,95352	0,95449
1,7	0,95544	0,95637	0,95728	0,95819	0,95907	0,95994	0,96080	0,96164	0,96246	0,96327
1,8	0,96407	0,96485	0,96562	0,96638	0,96712	0,96784	0,96856	0,96926	0,96995	0,97062
1,9	0,97128	0,97193	0,97257	0,97320	0,97381	0,97441	0,97500	0,97558	0,97615	0,97670
2,0	0,97725	0,97778	0,97831	0,97882	0,97933	0,97982	0,98030	0,98077	0,98124	0,98169
2,1	0,98214	0,98257	0,98300	0,98341	0,98382	0,98422	0,98461	0,98500	0,98537	0,98574
2,2	0,98610	0,98645	0,98679	0,98713	0,98745	0,98778	0,98809	0,98840	0,98870	0,98899
2,3	0,98928	0,98956	0,98983	0,99010	0,99036	0,99061	0,99086	0,99111	0,99134	0,99158
2,4	0,99180	0,99202	0,99224	0,99245	0,99266	0,99286	0,99305	0,99324	0,99343	0,99361
2,5	0,99379	0,99396	0,99413	0,99430	0,99446	0,99461	0,99477	0,99492	0,99506	0,99520
2,6	0,99534	0,99547	0,99560	0,99573	0,99585	0,99598	0,99609	0,99621	0,99632	0,99643
2,7	0,99653	0,99664	0,99674	0,99683	0,99693	0,99702	0,99711	0,99720	0,99728	0,99736
2,8	0,99744	0,99752	0,99760	0,99767	0,99774	0,99781	0,99788	0,99795	0,99801	0,99807
2,9	0,99813	0,99819	0,99825	0,99831	0,99836	0,99841	0,99846	0,99851	0,99856	0,99861
3,0	0,99865	0,99869	0,99874	0,99878	0,99882	0,99886	0,99889	0,99893	0,99897	0,99900
3,1	0,99903	0,99906	0,99910	0,99913	0,99916	0,99918	0,99921	0,99924	0,99926	0,99929
3,2	0,99931	0,99934	0,99936	0,99938	0,99940	0,99942	0,99944	0,99946	0,99948	0,99950
3,3	0,99952	0,99953	0,99955	0,99957	0,99958	0,99960	0,99961	0,99962	0,99964	0,99965
3,4	0,99966	0,99968	0,99969	0,99970	0,99971	0,99972	0,99973	0,99974	0,99975	0,99976

# Test de normalité : Dixon

Un échantillon de mesure est-il représentatif de la production complète ?

Les tests de normalité existent pour répondre à cette question à un risque près.



**Test de Dixon:**

**éliminer les valeurs trop extrêmes obtenues sur un échantillon qui fausseraient le calcul de la moyenne et de l'écart type expérimentaux.**



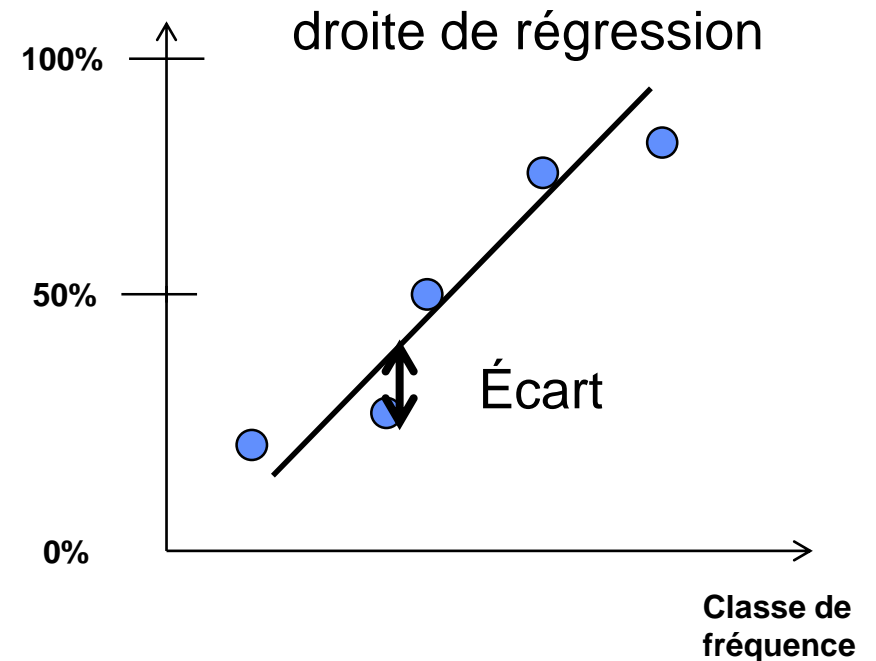
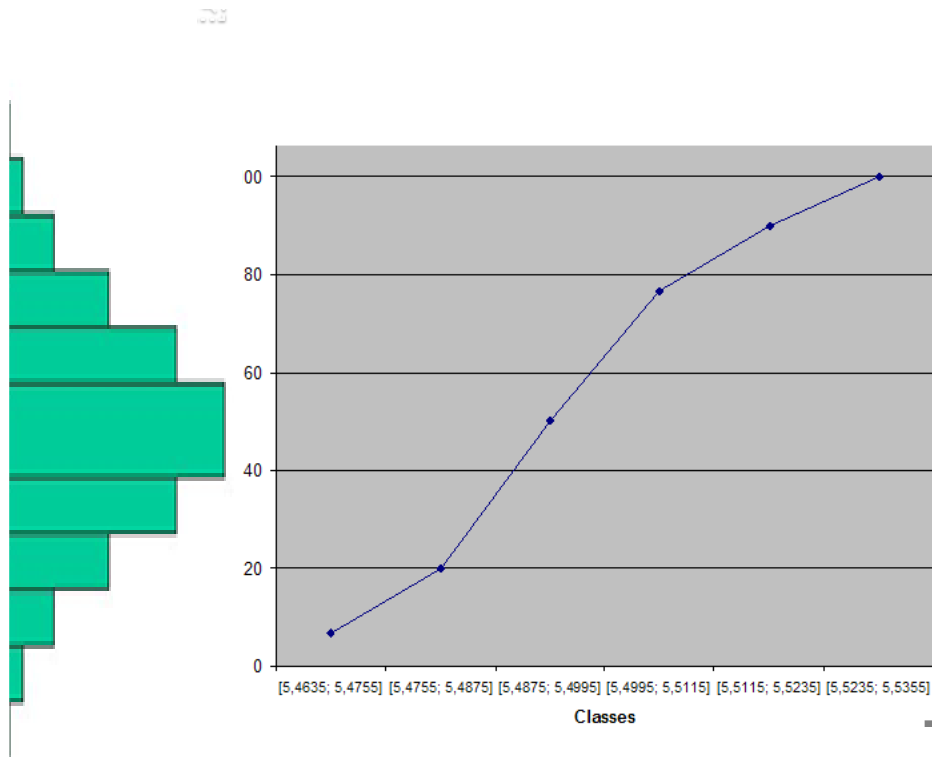
# Test de normalité : droite de Henry

histogramme

Fréquence cumulée

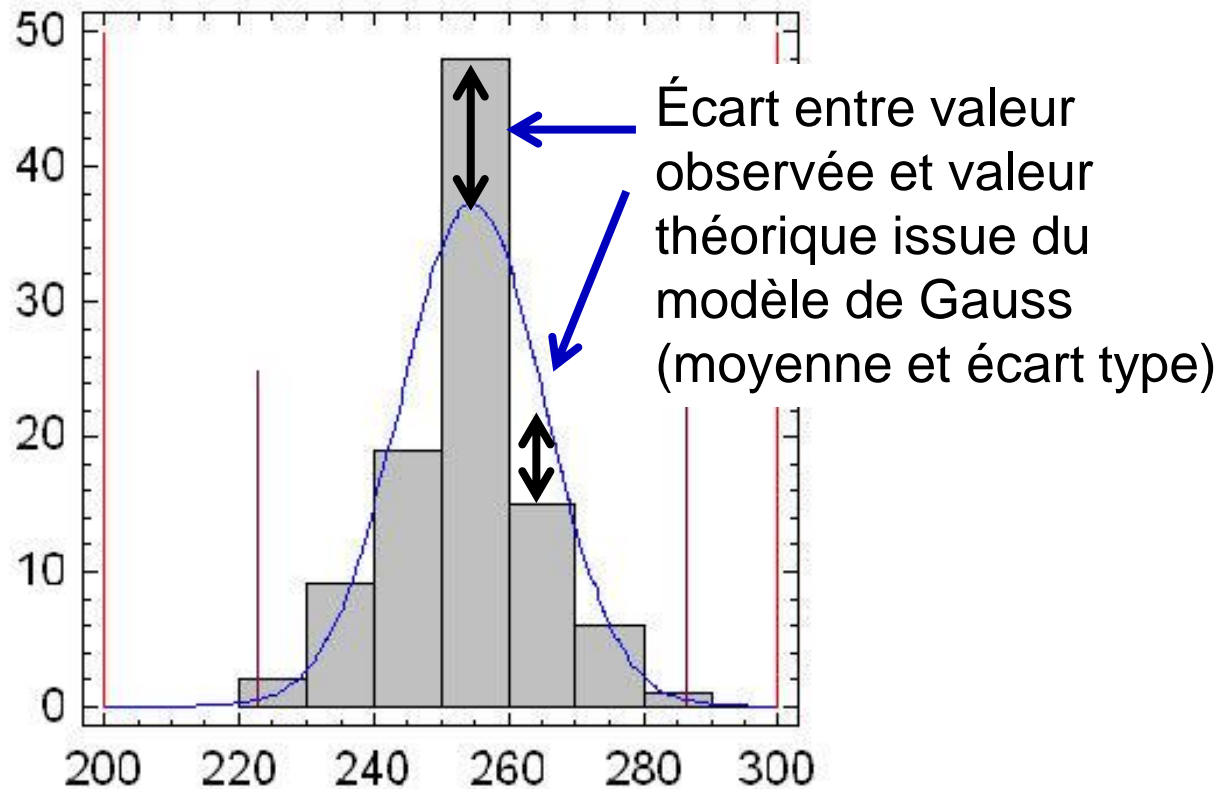
Droite de Henry

Échelle % transformée en échelle bi-logarithmique



**Les écarts doivent être inférieure à une valeur limite**

# Test de normalité : KHI deux

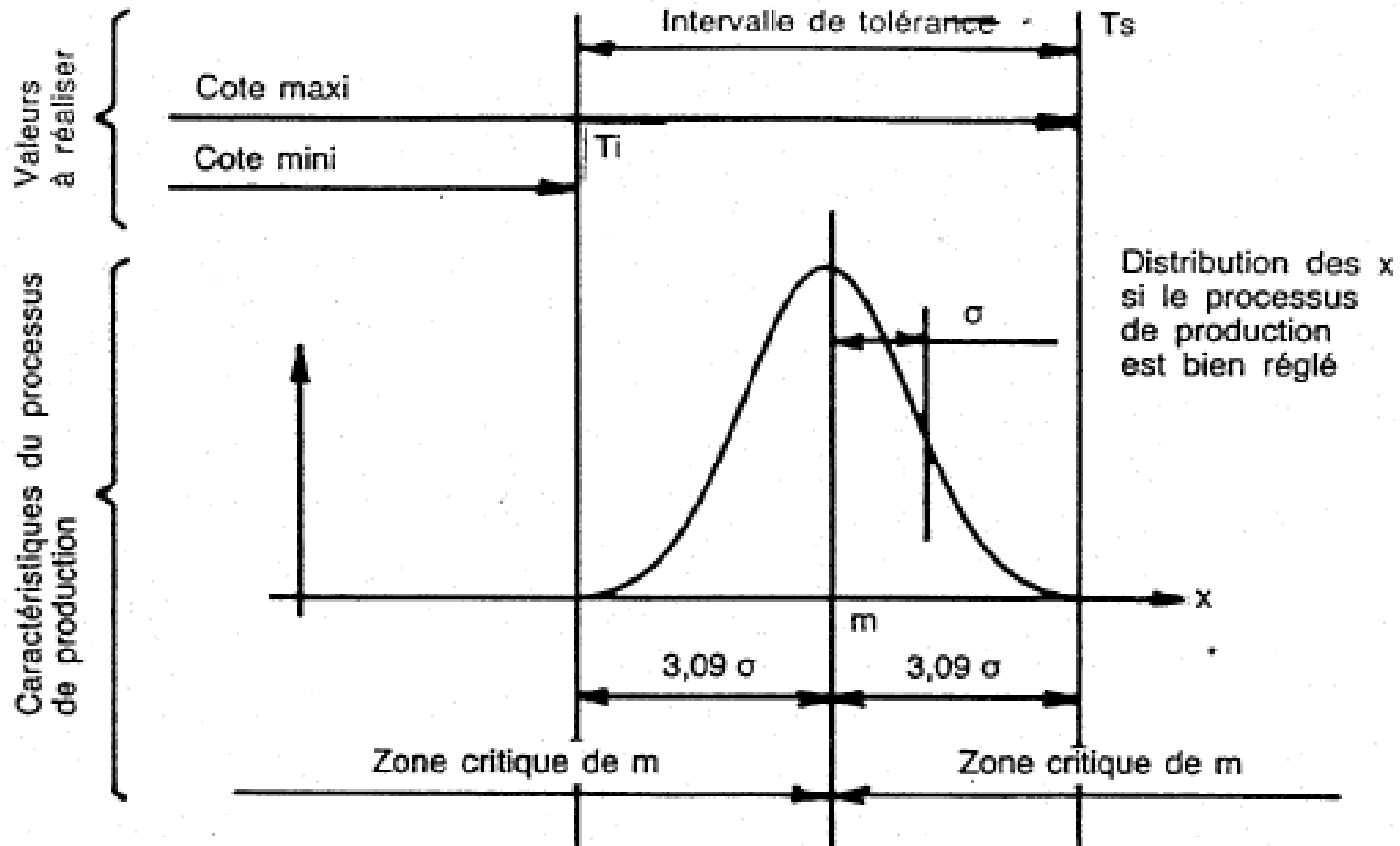


**Test :**

**1- calculer la somme des écarts au carré divisé par la valeur théorique**

**2 comparer cette valeur à la valeur limite du KHI2 obtenue par tableur ou tableau pour un risque admissible donnée**

# Capabilité



# Capabilité

L'indice de capabilité machine est de :

$$C_m = \frac{IT}{6\sigma}$$

IT Intervalle de tolérance  
 $\sigma$  Ecart type estimé.

**La machine sera dite capable si  $C_m \geq 1,33$ .**

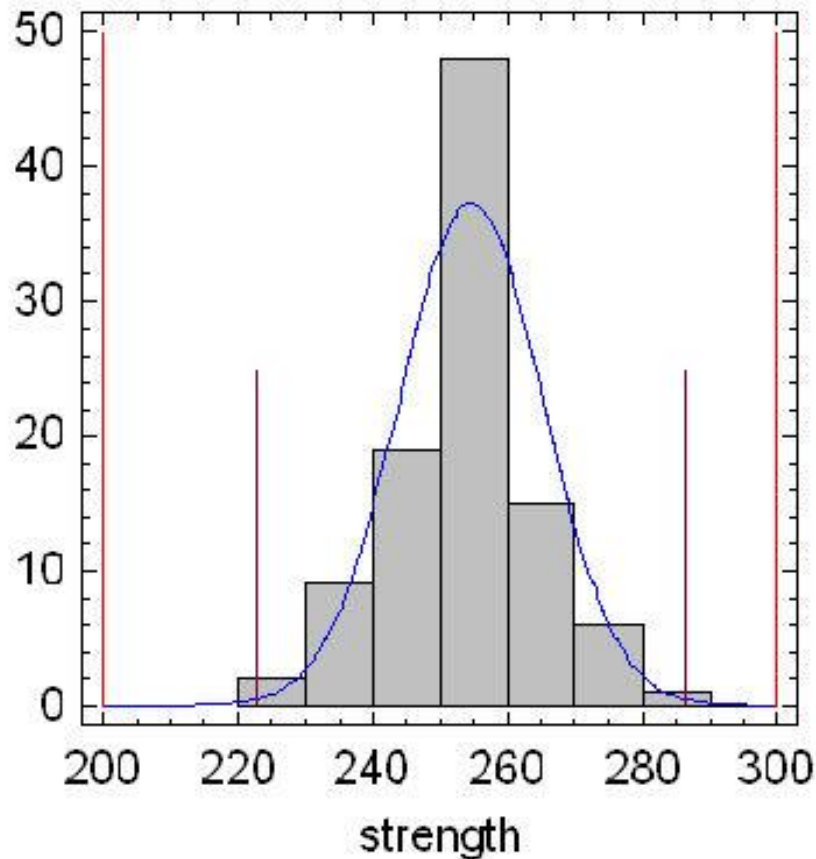
L'indice  $C_{mk}$  mesure à la fois si la machine est capable mais aussi si celle-ci est bien réglée.

$$C_{mk} = \min \left[ \frac{\overline{X} - T_i}{3\sigma}; \frac{T_s - \overline{X}}{3\sigma} \right]$$

**Si  $C_{mk} \geq 1,33$  alors la machine est bien centrée.**

# Exemple de capabilité

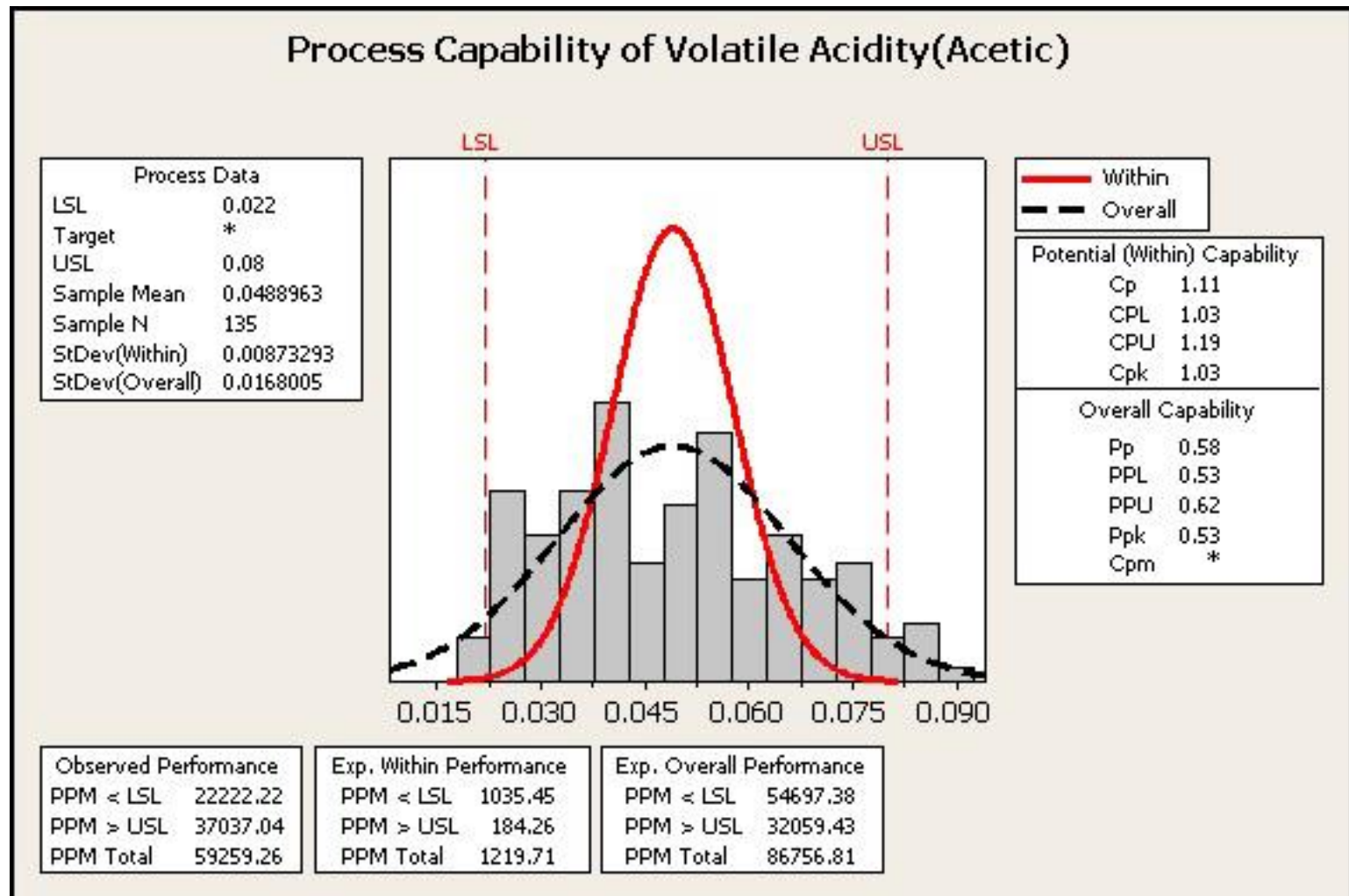
Aptitude du procédé pour strength  
LSI = 200,0; LSS = 300,0



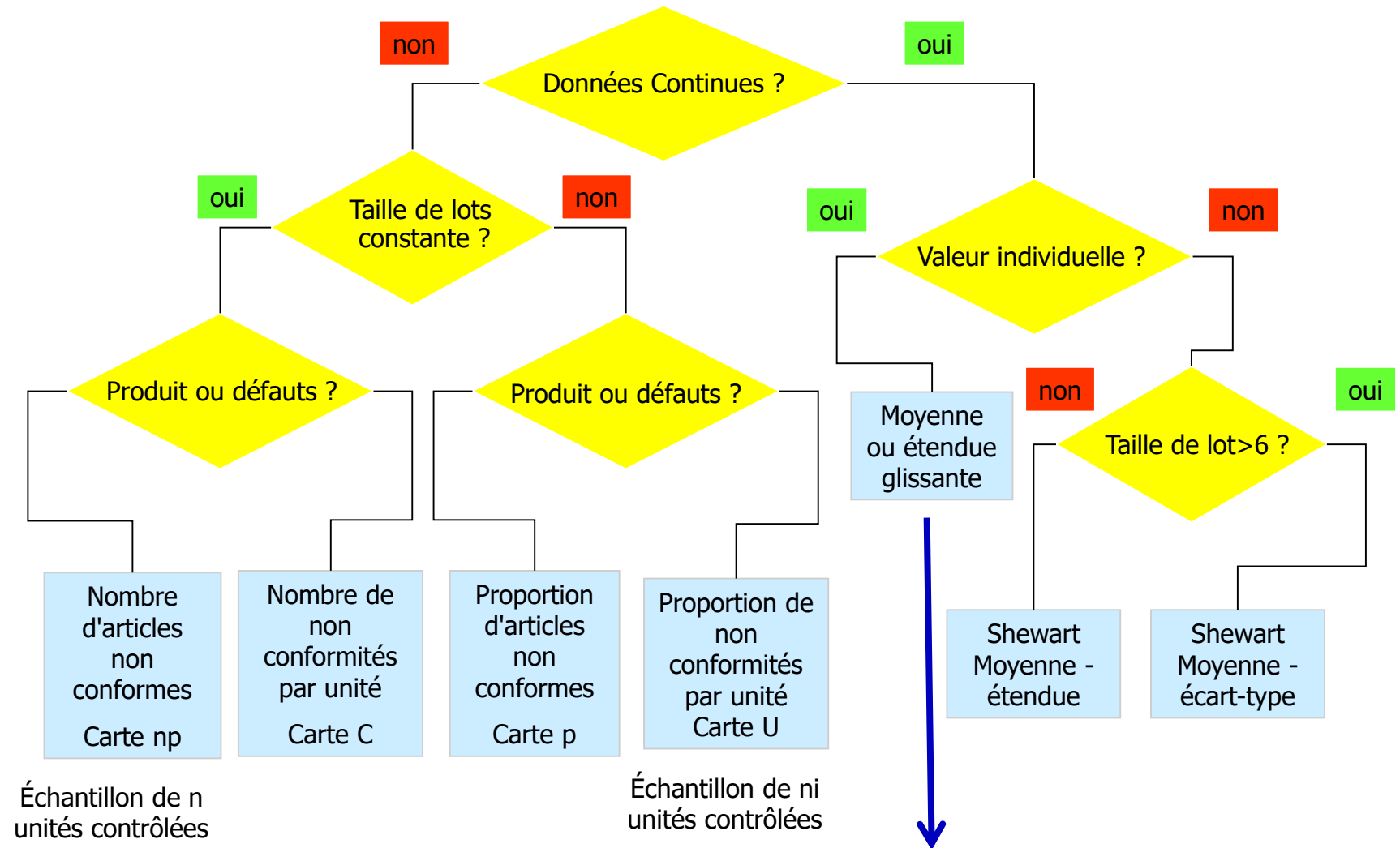
Normale  
Moyenne=254,64  
Ecart-type=10,68

$C_p = 1,560$   
 $C_{pk} = 1,415$

# Exemple de capabilité



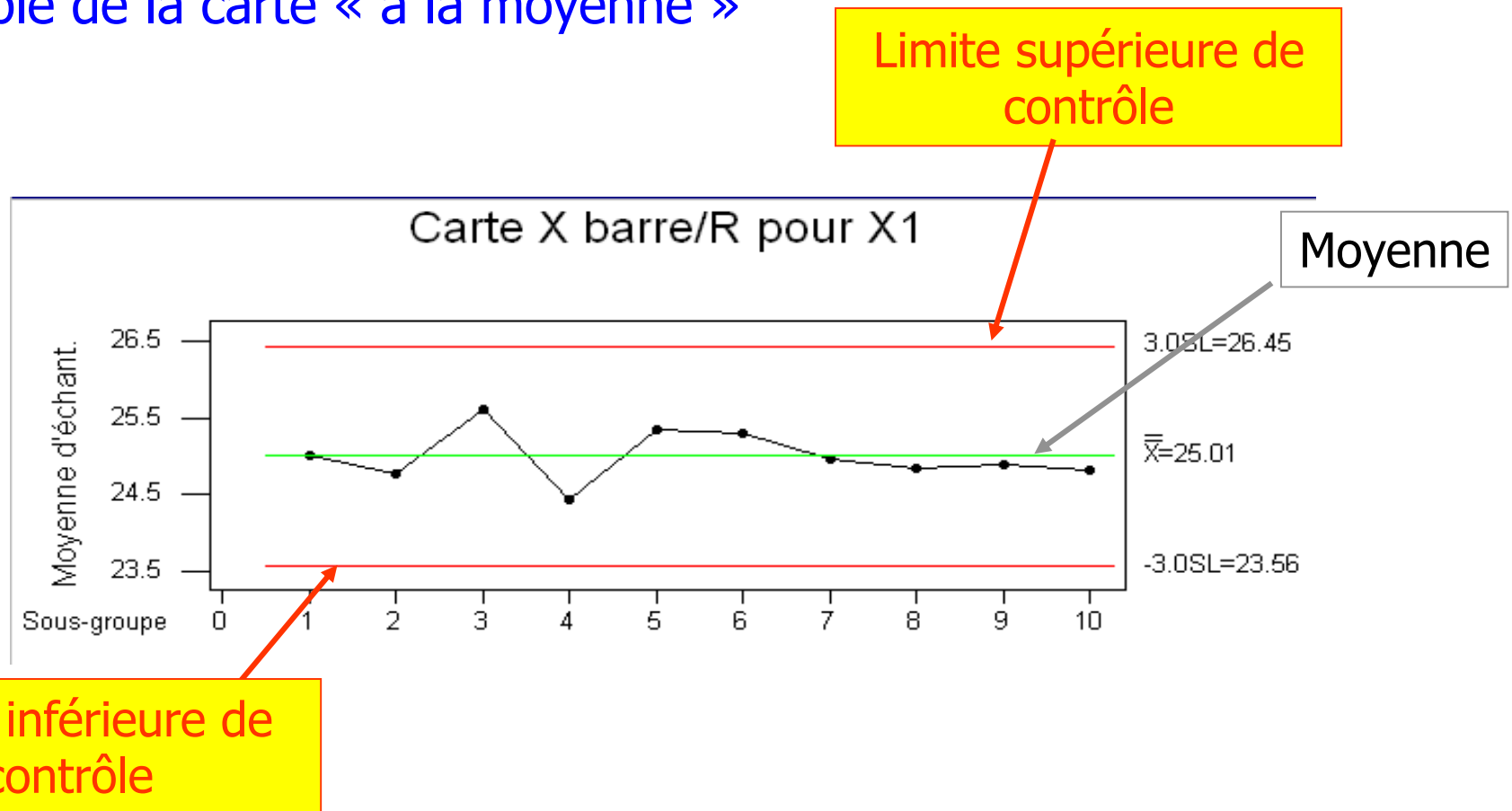
# Choisir le bon type de carte de contrôle



**Cas traité dans le document**

# Les composants d'une carte de contrôle

Exemple de la carte « à la moyenne »





# Les composants d'une carte de contrôle

## Interprétation d'une carte de contrôle

Zone de « vigilance »

Zone de « sécurité »

Alerte

LCS

LSS (facultatif)

Moyenne

LSI (facultatif)

LCI

	(+3 $\sigma$ )	Zone A
	(+2 $\sigma$ )	Zone B
	(+1 $\sigma$ )	Zone C
	(-1 $\sigma$ )	Zone C
	(-2 $\sigma$ )	Zone B
	(-3 $\sigma$ )	Zone A

LCI, LCS : limites de contrôle supérieure et inférieure

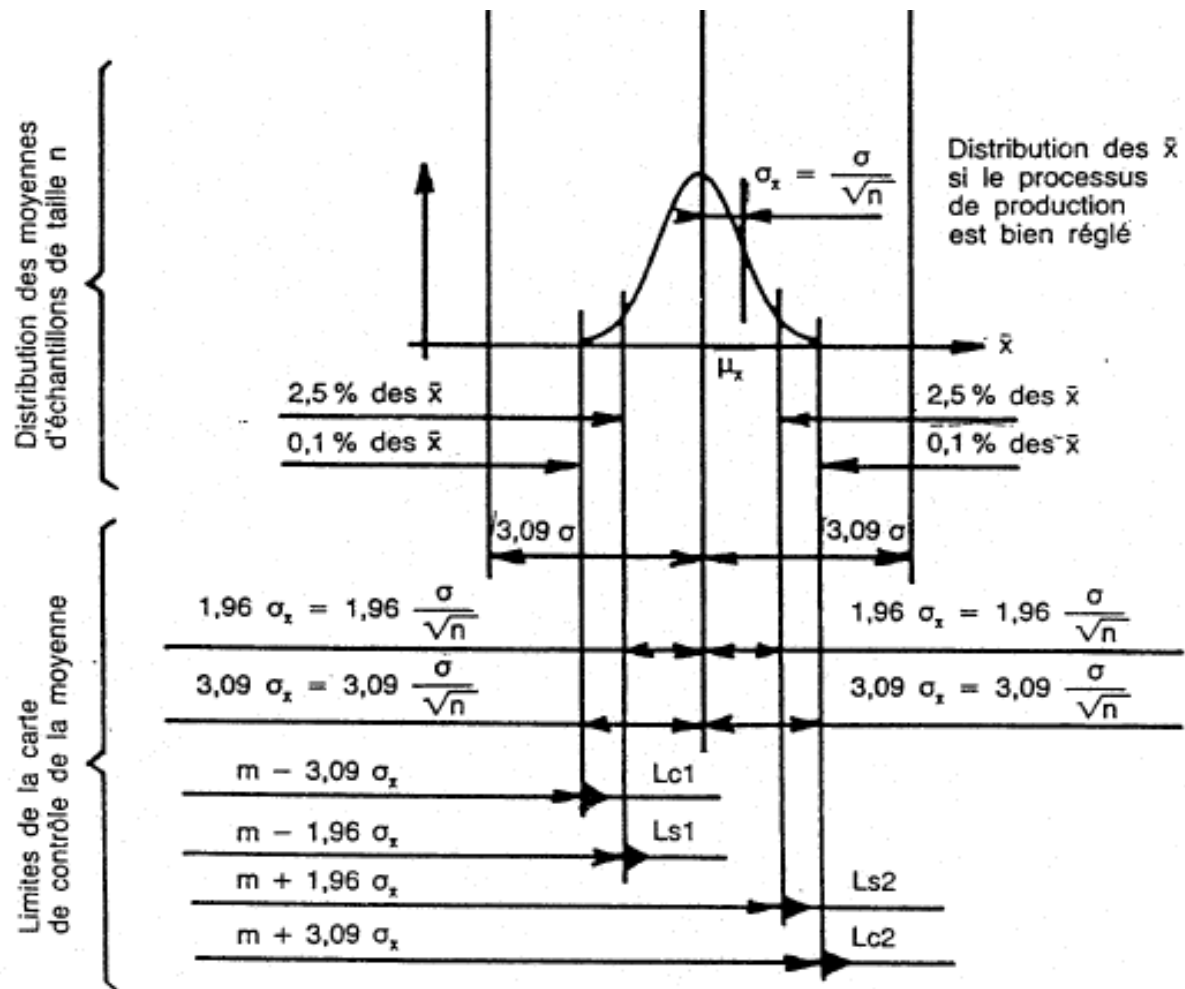
LSI, LSS : limites de surveillance supérieure et inférieure

Alerte

Les limites à 1,2 ou 3 sigma constituent des alarmes de sensibilité variable.

Les règles d'alarme complètent l'exploitation de la carte de contrôle.

# Limites pour carte de contrôle



# Limites pour carte de contrôle

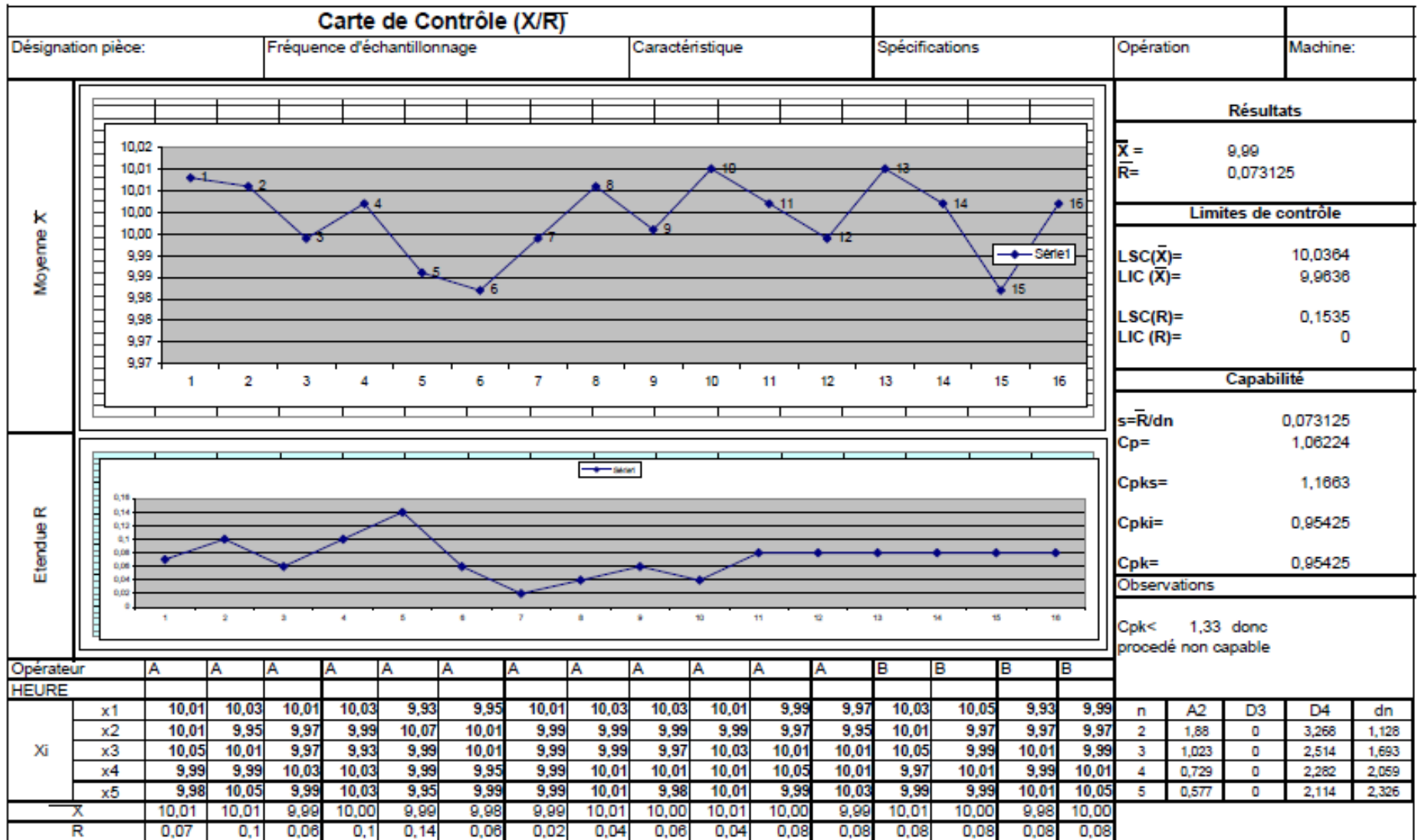
On peut l'estimer à partir de la moyenne des étendues ou de la moyenne des écarts-types des échantillons.

$$\sigma = \frac{\overline{W}}{d2} \text{ ou } \sigma = \frac{\overline{s}}{c4}, \overline{W} \text{ étant la moyenne des étendues et } \overline{s} \text{ étant la moyenne des écarts-types.}$$

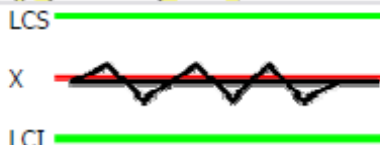

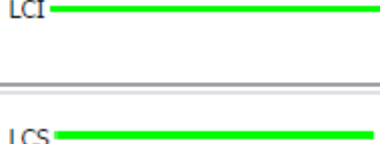

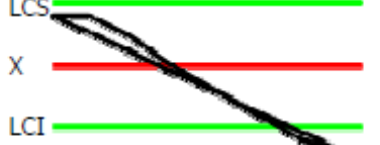
c4 et d2 sont des coefficients qui permettent l'estimation et varient en fonction de n. Ils sont donnés par les statistiques.

n	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
d2	1.128	1.693	2.059	2.326	2.534	2.704	2.847	2.970	3.078	3.173	3.258
c4	0.7919	0.8862	0.9213	0.940	0.9515	0.9594	0.9650	0.9693	0.9727	0.9754	0.9776

# Exemple de carte de contrôle moyenne/étendue



# Interprétation de la carte de contrôle

	RESULTAT DU CONTROLE	CONSTAT	INTERPRETATION	CORRECTION
1	 <p>LCS X LCI</p>	Pas de grande variation de la moyenne.	Processus réglé et stable.	Pas de correction à envisager.
2	 <p>LCS X LCI</p>	La dernière moyenne est trop grande et sort des limites de contrôle.	Le processus dérive, il faut en trouver la cause commune pour le corriger durablement.	Intervenir et régler le processus. Voir le journal de bord pour trouver la cause et corriger.
3	 <p>LCS X LCI</p>	On constate une série de sept points consécutifs du même côté de la moyenne.	Le processus dérive, ce qui peut être dû à un mauvais réglage initial.	Intervenir et régler le processus. Voir le journal de bord pour trouver la cause et corriger.
4	 <p>LCS X LCI</p>	Série de sept points consécutifs en dérive constante.	Processus en dérive constante, risque de production mauvaise.	Régler le processus. Chercher la cause, sans doute spéciale (usure d'outil par exemple).
5	 <p>LCS X LCI</p>	Les 2/3 des points sont en dehors d'une zone centrée autour de la moyenne.	Forte probabilité de dérive due à une cause aléatoire.	Renforcer la surveillance. Modifier les conditions de production pour trouver la cause aléatoire.

# Conseils pour une bonne maîtrise de la production

**Une étude de capabilité doit s'effectuer sur un procédé STABILISE.**

**Les règles de base sont les suivantes :**

- la machine est en bon état de fonctionnement,
- la gamme de fabrication est figée,
- le matériau doit être homogène et conforme à la définition,
- la cadence de la production doit être la cadence série,
- les outils employés seront ceux retenus pour la fabrication,
- le fonctionnement de la machine doit être stabilisé,
- Les moyens de mesure doivent être maîtrisés.

**Une étude de capabilité ne peut pas prévoir :**

- les erreurs humaines
  - utiliser les outils : AMDEC , Poka Yoké, ...
- les autres causes spéciales
  - utiliser :Expertise technique , Plan d'expérience, ...

# Bibliographie

**Appliquer la maîtrise statistique des procédés MSP/SPC : Pillet 2003 éditions d'organisation**

**6 sigma comment l'appliquer : Pillet 2004 éditions d'organisation**

**Normes (extrait) :**

**NF X 06-018 1994 (et suivantes) : guide pour la sélection d'un système d'un programme ou d'un plan d'échantillonnage, pour acceptation pour le contrôle d'unités discrètes en lots**

**NF X 06-023 1997 : Sélection de plans d'échantillonnage**

**NF X 06 031 1995 (et suivantes) : application de la statistique aux cartes de contrôle**

**NF X 06-075-1 2013 (et suivantes) : Méthodes statistiques dans la gestion de processus**

**NF X 06-013-1 2014 (et suivantes) : Règles d'échantillonnage pour les contrôles par mesures**

# Exercices et applications

## **Réaliser une étude AMDEC process**

AMDEC de base

Paretto

Comportement des sources retenues

## **Maitriser la mesure**

Déterminer le facteur R&R

## **Construire un histogramme**

Dimensionner les classes

généraliser

## **Traiter les hypothèses de distribution**

Test de Dixon

Droite de Henry

KHIdeux

## **Exploiter la loi normale centrée réduite**

Calcul de % de risque de non-conformité à partir de la table

## **Exploiter le rapport entre risques de non-conformité et capabilité**

Relation entre capabilité et risque de non conformité

## **Dimensionner un échantillonnage**

## **Construire une carte de contrôle**

## **Utilisation d'un tableur ou d'un logiciel**

## **Cas particuliers**

Loi unilimite : défaut de forme

Petites séries