

# Etude d'une pièce raidie :

## Comparaison de modèles

L. CHAMPANEY

Objectifs :

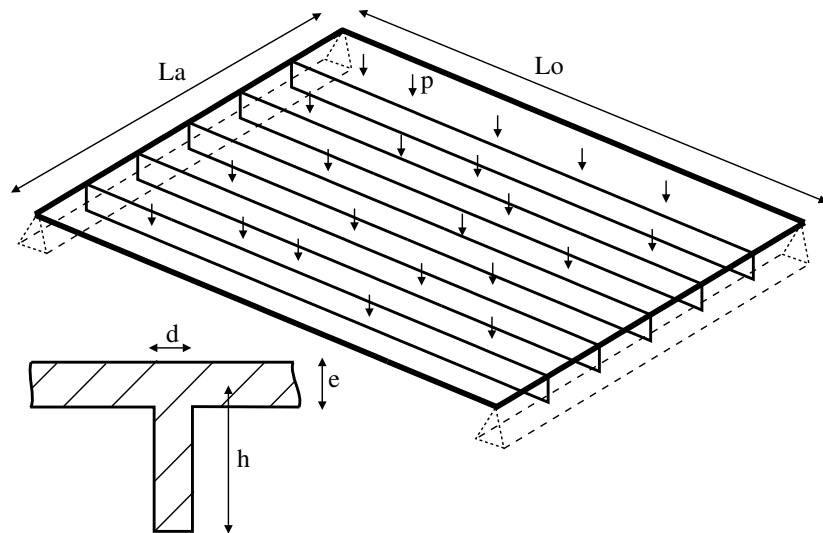
- Choix d'un modèle mécanique,
- Comparaison de solutions.
- Construction de modèles équivalents,
- Couplage tension-flexion

Dans ce chapitre, nous étudions la construction d'un modèle (homogène ou non) équivalent pour une plaque munie de raidisseurs.

## Table des matières

<b>1</b>	<b>Problème</b>	<b>2</b>
<b>2</b>	<b>Modèles envisagés</b>	<b>3</b>
2.1	Raidisseurs plaques . . . . .	4
2.2	Plaque seule . . . . .	5
2.3	Plaque seule avec épaisseur équivalente . . . . .	6
2.4	Plaque seule avec raidisseurs poutres . . . . .	7
2.5	Plaque seule avec raidisseurs excentrés . . . . .	8
<b>3</b>	<b>Comparaison</b>	<b>9</b>
<b>4</b>	<b>Conclusions</b>	<b>11</b>

# 1 Problème



$$L_o = 1m, L_a = 0.8m, e = d = 4mm \text{ et } h = 50mm$$

$$E = 210000MPa \text{ et } \nu = 0.3$$

$$p = 10^5 N/m^2.$$

On considère une plaque rectangulaire la longueur  $L_o = 1m$ , de largeur  $L_a = 0.8m$  et d'épaisseur  $4mm$ . Cette plaque est soumise à une densité surfacique d'effort  $p$ . Elle est constituée d'un matériau élastique de modules indiqués ci-dessus.

Afin de limiter la flexion, la plaque est raidie par cinq raidisseurs de même épaisseur que la plaque et de hauteur  $50mm$ . Il sont régulièrement espacés.

La plaque est simplement appuyée à ses deux extrémités. Cette condition aux limites à été choisie afin de ne pas mélanger les conditions aux limites avec le système de raidisseurs, ce qui aurait gêné les comparaisons.

Les deux autres bords de la plaque sont libres.

## 2 Modèles envisagés

### Modèles étudiés

1. Plaque + raidisseurs plaques
2. Plaque seule
3. Plaque + épaisseur équivalente
4. Plaque + raidisseurs poutres
5. Plaque + raidisseurs poutres excentrées

On envisage les cinq types de modélisation précisés ci-dessus.

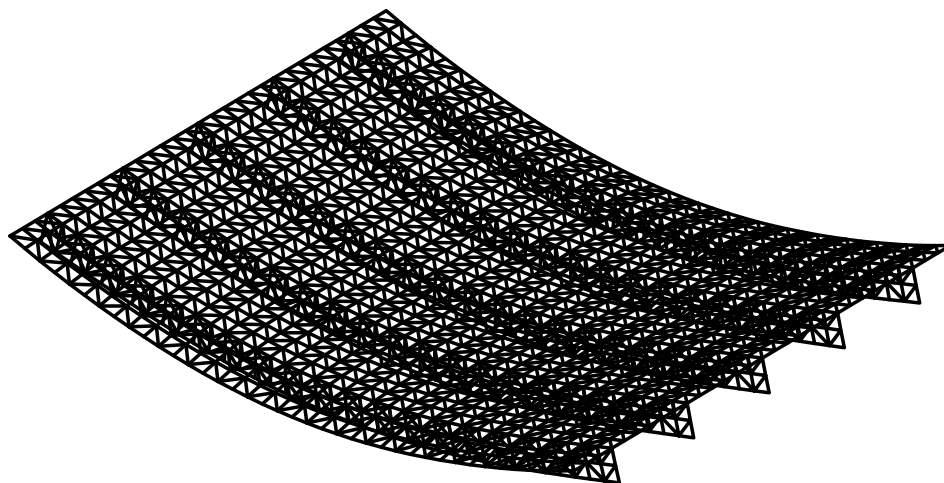
A chaque fois, la plaque est modélisée par des éléments plaques DKT [1]. Lorsque les raidisseurs sont sous forme de plaque, on utilise des éléments DKT. Lorsqu'il sont sous forme de poutre, on utilise des éléments poutre de Bernoulli.

Pour chaque modèle, on trace la plaque déformée et les isovaleurs de flèche.

## 2.1 Raidisseurs plaques

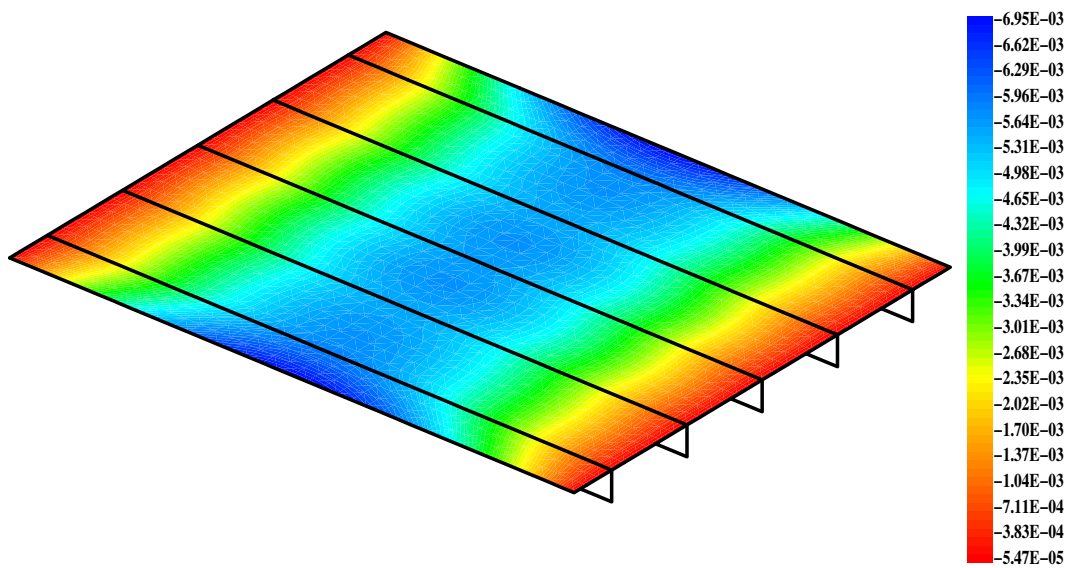
Maillage : éléments DKT

Plaque 2280 éléments - Raidisseurs 760 éléments



amplitude déformée  $\times 14$

Flèche :  $u_z$  (m)

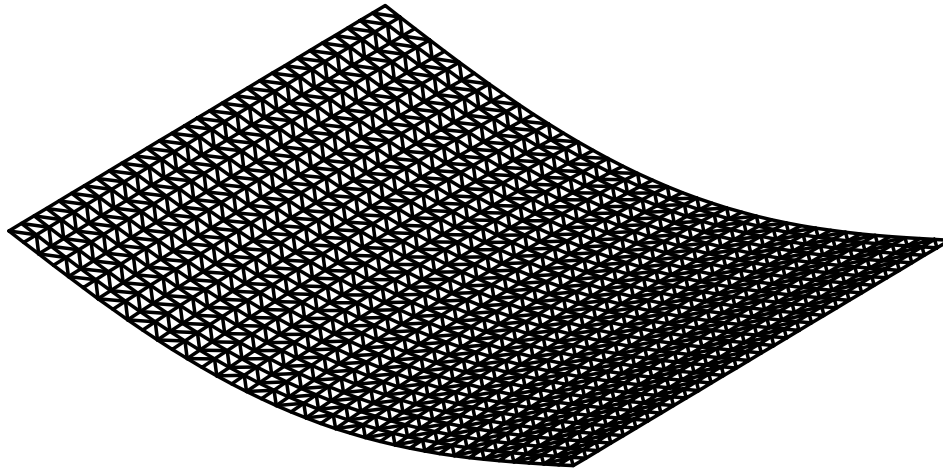


maximum :  $5.6 \times 10^{-3}$  m

## 2.2 Plaque seule

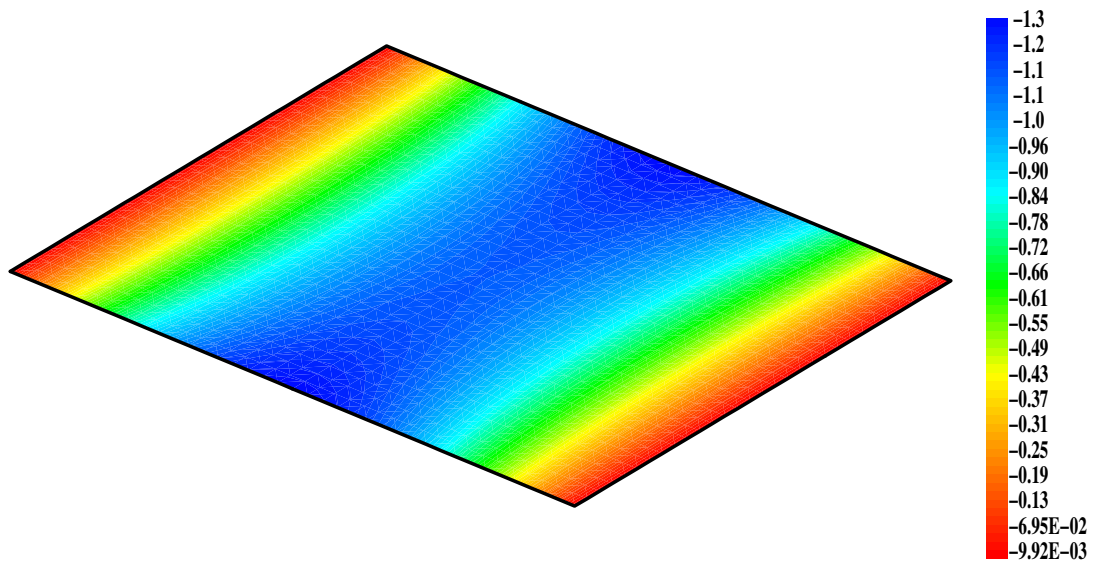
Maillage : éléments DKT

Plaque 2280 éléments



amplitude déformée  $\times 0.08$

Flèche :  $u_z$  (m)

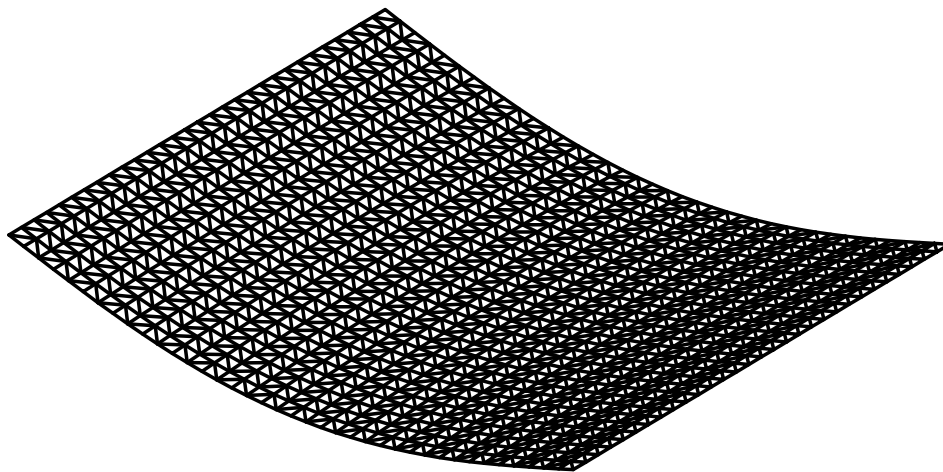


maximum : 1.13 m

## 2.3 Plaque seule avec épaisseur équivalente

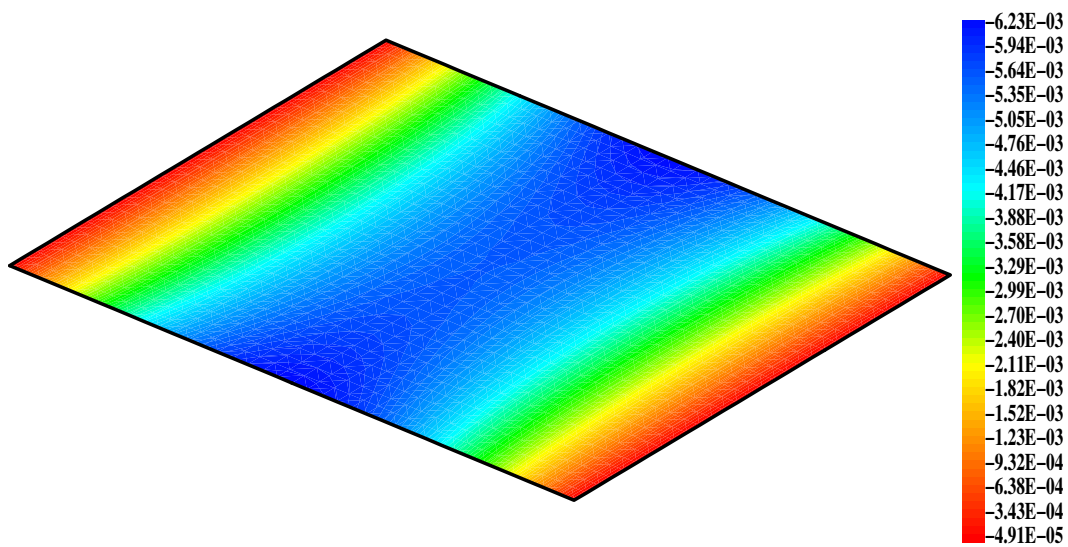
Maillage : éléments DKT : Plaque 2280 éléments

Épaisseur :  $e = 23.5\text{mm}$



amplitude déformée  $\times 16$

Flèche :  $u_z$  (m)

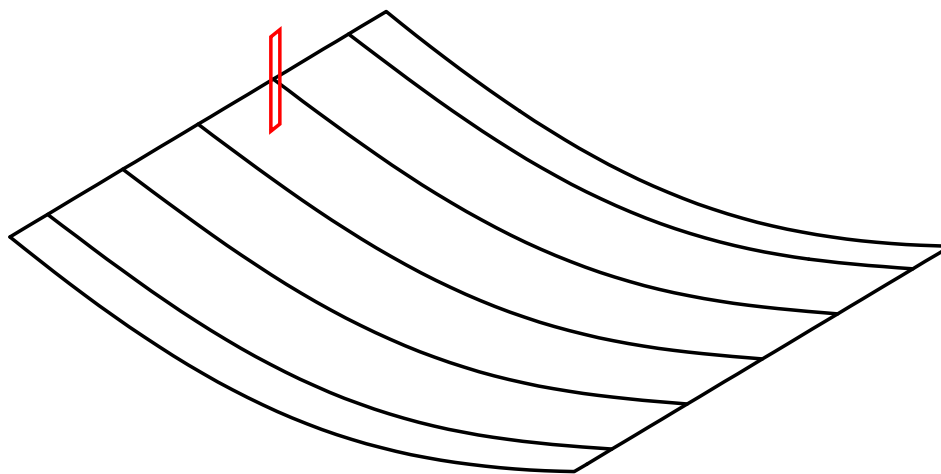


maximum :  $5.6 \cdot 10^{-3}$  m

## 2.4 Plaque seule avec raidisseurs poutres

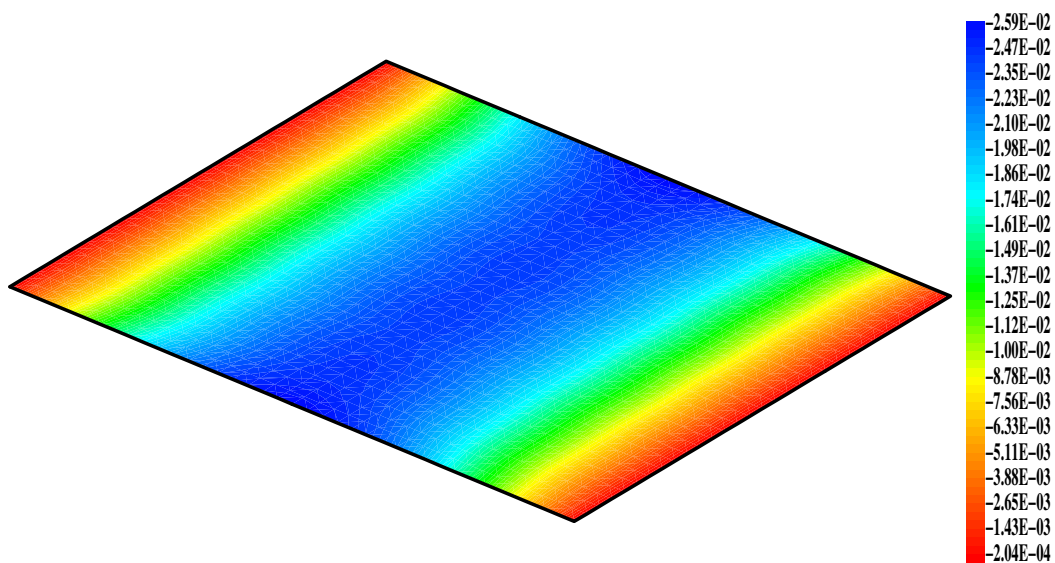
Maillage : Plaque 2280 éléments DKT

Raidisseurs : 195 éléments poutres



amplitude déformée  $\times 3.8$

Flèche :  $u_z$  (m)

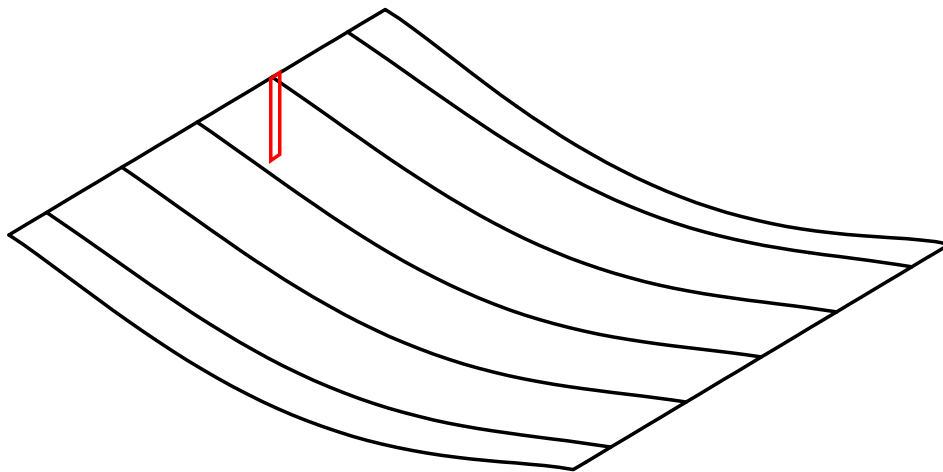


maximum :  $2.4 \cdot 10^{-2}$  m

## 2.5 Plaque seule avec raidisseurs excentrés

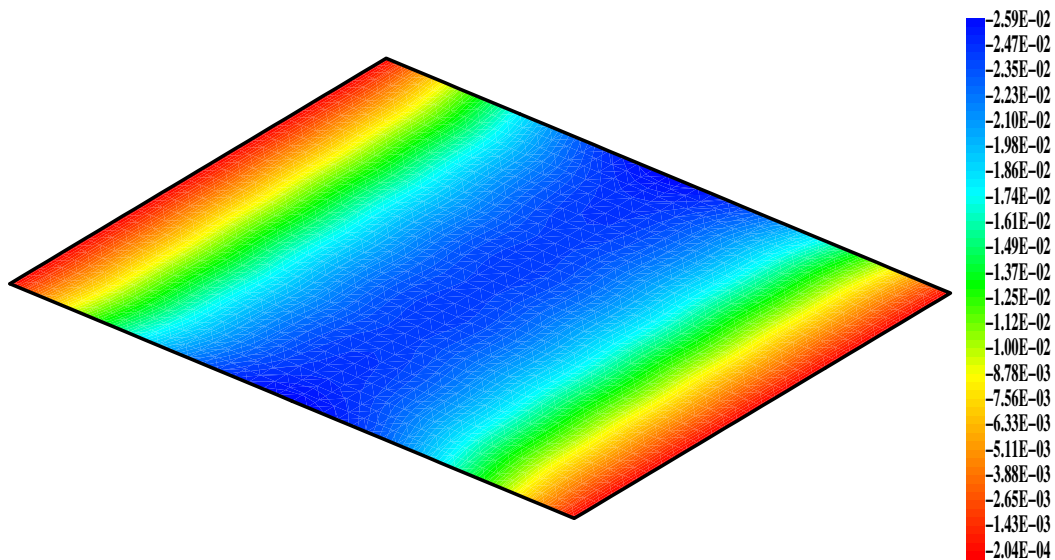
Maillage : Plaque 2280 éléments DKT

Raidisseurs : 195 éléments poutres excentrés



amplitude déformée  $\times 17$ .

Flèche :  $u_z$  (m)



maximum :  $5.54 \cdot 10^{-3}$  m



### 3 Comparaison

#### Flèches maximales

Modèle	Flèche (mm)
Raidisseurs plaques	5.6
Plaque seule (ép 4 mm)	1130
Plaque seule (ép 23.5 mm)	5.6
Raidisseurs poutres	24
Raidisseurs poutres excentrés	5.5
Plaque seule (ép 4 mm - excentrée)	222

Le tableau ci-dessus récapitule les flèches maximales pour chaque modèle.

On constate qu'il n'est pas possible ni raisonnable d'obtenir une solution équivalente à celle de la plaque raidie avec une plaque homogène. Si malgré tout cette solution est retenue, il faut bien se souvenir que l'épaisseur obtenue est optimale en flexion mais qu'elle ne l'est pas pour d'autres modes de sollicitation. Par ailleurs, il est indispensable de corriger la masse volumique du matériau afin d'obtenir une masse de la structure équivalente pour une analyse dynamique.

L'ajout de poutres ne suffit pas : si la ligne neutre des poutres reste dans le plan de la plaque, il y a raidissement certes, mais pas aussi efficacement que lorsque les poutres sont excentrées.

En fait, le raidissement provient surtout du couplage entre flexion et traction dans les poutres. Ce couplage apparaît lorsqu'on excentre la ligne neutre des poutres par rapport à la surface moyenne de la plaque (Fig 1).

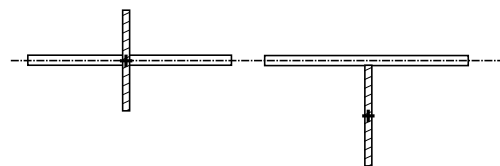


FIG. 1 – Excentrement des poutres

Une autre idée aurait pu être de coupler tension et flexion dans la plaque en excentrant la plaque (Fig. 2). On constate dans le tableau que cette approche est inefficace.

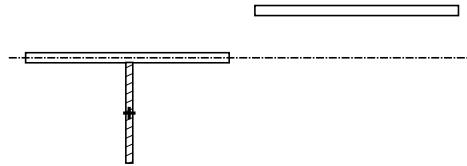
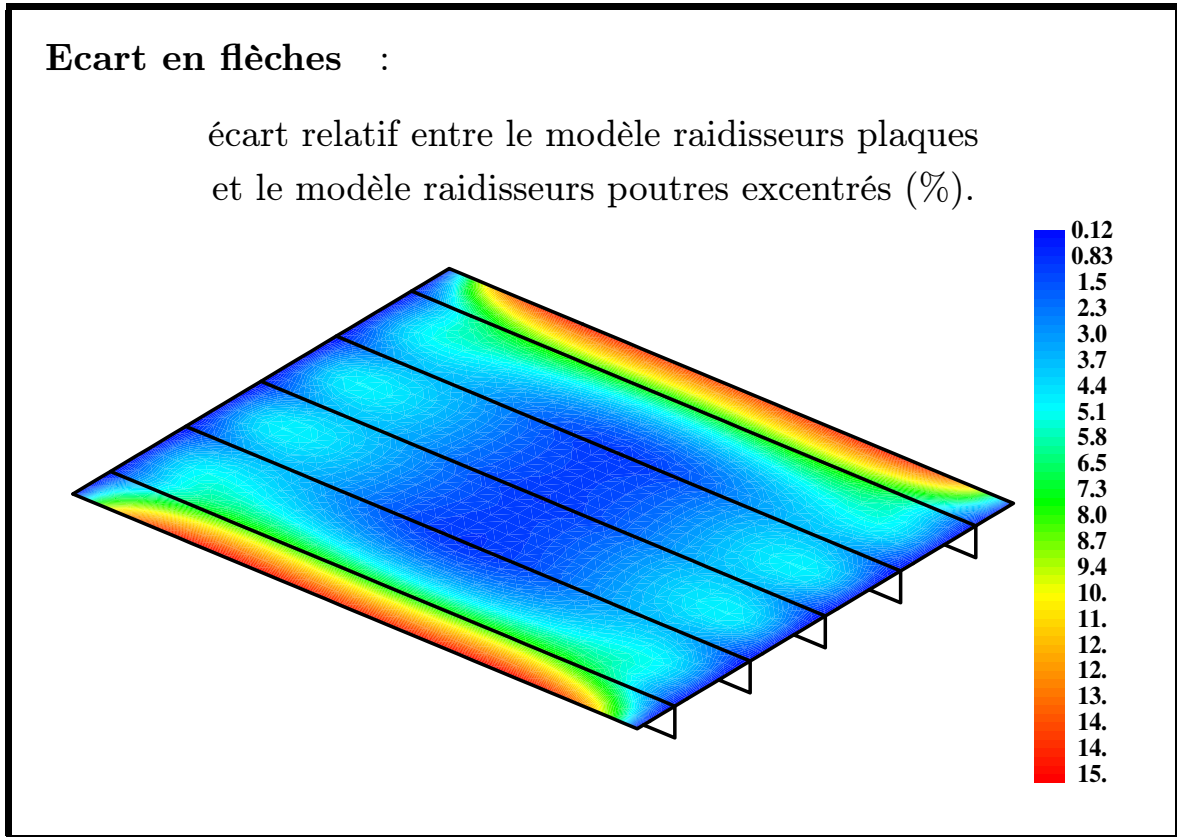


FIG. 2 – Excentrement de la plaque

La figure d'isovaleur ci-dessus présente les écarts relatifs (en %) entre la solution avec plaque et raidisseurs plaques  $u_{plaque}$  et la solution avec plaque et raidisseurs poutres  $u_{poutre}$  :

$$\frac{u_{plaque} - u_{poutre}}{\max u_{plaque}} \times 100$$

On constate que les écarts sont très faibles et localisés sur les bords de la plaque. En effet, dans cette zone, il apparaît une flexion dans la direction perpendiculaire à celle qui nous intéresse. Ces effets de flexion n'ont pas été pris en compte dans la réalisation des raidisseurs.

## 4 Conclusions

- Construction d'un modèle équivalent,
- Introduction d'un couplage tension-flexion,
- Pas de solution en modèle homogène,
  - ni épaisseur équivalente
  - ni excentrement de la surface moyenne
- Facile avec des poutres,
- Attention à l'excentrement.

Dans ce chapitre, nous avons comparé des solutions équivalentes pour la modélisation d'une plaque raidie sollicitée en flexion.

Le but était ici d'introduire un couplage entre flexion et tension pour assurer la rigidité.

Nous avons constaté qu'il n'est pas possible d'obtenir un modèle homogène équivalent à moins de donner à la plaque une épaisseur irréaliste. La solution qui consiste à excentrer la surface moyenne de la plaque est assez inefficace.

La solution la plus efficace est de placer des poutres à l'emplacement des raidisseurs plaques. Il est indispensable d'excentrer les poutres de manière à obtenir le couplage flexion-tension nécessaire au raidissement.

## Références

- [1] Batoz J.L. et Dhatt G., *Modélisation des structures par éléments finis, Volume II - poutres plaques*, Hermès, 1990.
- [2] Trompette Ph., *Mécanique des structures par la méthode des éléments finis finis*, Masson, 1992.
- [3] Zienkiewicz O.C. et Taylor R.T. : *The Finite Element Method Volume 1 : The Basics*, 5th Ed, Butterworth-Heinemann, 2000.