

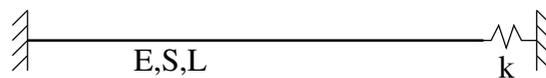


Modes de vibration des poutres

Exercice 1 Vibrations longitudinales Barre+ressort

On s'intéresse aux vibrations longitudinales d'une barre de longueur L et de section S homogène. Le matériau élastique dont elle est constituée est homogène de module d'Young E de masse volumique ρ . On note $u(x, t)$ le déplacement longitudinal d'une section située à l'abscisse x .

L'une des extrémités est encastree et l'autre est appuyée sur un ressort de raideur k . Donner la valeur des pulsations propres obtenues et la forme des modes propres associés, dans le cas où $k = ES/L$.



1. Exprimer la condition d'appui sur le ressort
2. Donner la valeur des pulsations propres obtenues et la forme des modes propres associés, dans le cas où $k = ES/L$.

Exercice 2 Vibrations de flexion des poutres

On cherche à construire la forme de mouvements possibles de vibrations libres de flexion d'une poutre droite. La poutre a une longueur L , une section S et un moment quadratique I . Le matériau élastique dont elle est constituée est homogène de module d'Young E de masse volumique ρ . On note $v(x, t)$ la flèche : déplacement transversal d'une section située à l'abscisse x .

1. Rappeler l'équation d'équilibre dynamique locale en flexion.
2. Donner les relations sur la flèche v qui définissent des conditions aux limites de type déplacement et rotation imposés nuls et de type effort et moment imposés nuls. En déduire les conditions pour l'encastrement, l'appui simple et l'extrémité libre.
3. On cherche les solutions à variables séparées $v(x) = V(x)T(t)$.
 - (a) Donner la forme des solutions $T(t)$ en notant ω la pulsation.
 - (b) Donner la forme des solutions $V(x)$ en notant

$$\beta^4 = \frac{\rho S \omega^2}{EI}$$

Exercice 3 Vibration d'une poutre en appuis simples

La poutre de l'exercice précédent est en appuis simples à ses deux extrémités. En déduire la valeur des pulsations propres obtenues et la forme des modes propres associés.

Exercice 4 Vibration d'une poutre console (encastree-libre)

La poutre des exercices précédents est encastree à gauche et libre à droite. En déduire la valeur des pulsations propres obtenues et la forme des modes propres associés.