

Unité d'enseignement  
*Mathématiques et informatique*

**Synthèse des séances TD « Mise à niveau des bases Python »**

Cette session de synthèse met l'accent sur des points importants abordés dans les séances TD de « Mise à niveau des bases Python », avec en particulier les tableaux N-dimensionnels `ndarray` du module `numpy`.

La lecture de ce document pourra être complétée au besoin par celle du [📘 Quick start tutorial numpy](#) qui propose une prise en main progressive des tableaux `ndarray`.

Jean-Luc.Charles@ensam.eu  
Eric.Ducasse@ensam.eu



## → Performance des calculs numpy utilisant la syntaxe vectorisée

Le module numpy définit le type ndarray : **tableau multi-dimensionnel de taille fixe contenant des valeurs homogènes** (plus de détails sur [The N-dimensional array](#) et [Array objects](#)).

Les **performances** du module numpy viennent de l'usage intensif de **bibliothèques performantes** écrites en C pour la manipulation des objets ndarray : **BLAS**, **LAPACK**... Des versions optimisées de ces bibliothèques sont proposées par Intel (**MKL : Math Kernel Library**) et AMD (**ACML : AMD Core Math Library**)...

L'**écriture vectorisée** des expressions utilisant les tableaux ndarray donne accès aux performances de numpy :

```

1 from time import time
2 import numpy as np
3 M = np.random.randn(500, 5000)
4 V = np.random.randn(5000)
5 N, Tn, Tb = 20, [], []
6 m = '(moyenne de calculs) :'.format(N)
7 print('Calcul du produit M.V ' + m)

8 ##### N calculs numpy vectorisés :
9 for k in range(N):
10     t0 = time() # top chrono
11     R = M@V # <==> R = M.dot(V)
12     Tn.append(time() - t0)
13 m = '\t[numpy vectorisé] : {:.4f} s'.format\
14     (np.mean(Tn))
15 print(m)

```

```

16 ##### N calculs par boucle indexée :
17 for k in range(N):
18     t0 = time() # top chrono
19     R = np.zeros(M.shape[0])
20     for i in range(M.shape[0]):
21         for j in range(M.shape[1]):
22             R[i] += M[i,j]*V[j]
23     Tb.append(time() - t0)
24 m = '\t[boucle indexée] : {:.4f} s'.format\
25     (np.mean(Tb))
26 print(m)

28 X = int(round(np.mean(Tb)/np.mean(Tn)))
29 m = '[numpy vectorisé] {} fois'.format(X)+\
30 ' plus rapide que [boucle indexée] !'
31 print(m)

```

```

matrice M : taille 500 X 5000 ; vecteur V : taille 5000
Calcul du produit M.V (moyenne de 20 calculs) :
    [numpy vectorisé] : 0.0023 s
    [boucle indexée] : 1.5282 s
[numpy vectorisé] 674 fois plus rapide que [boucle indexée] !

```

## → Création des tableaux ndarray

Pour créer des tableaux ndarray, le module numpy propose des **fonctions** variées [\[1\] Array creation routines](#) :

|  fonction | objet renvoyé par la fonction  |
|---|--|
| <code>array(objet)</code>   | le résultat de la conversion de <code>objet</code> (liste, tuple...) en tableau ndarray          |
| <code>arange(start, stop, step, ...)</code>   | tableau de valeurs espacées de <code>step</code> dans l'intervalle <code>[start, stop[</code>    |
| <code>linspace(start, stop, nb, ...)</code>   | tableau de <code>nb</code> valeurs équi-réparties dans l'intervalle <code>[start, stop]</code>   |
| <code>logspace(e1, e2, nb, ...)</code>  | tableau de <code>nb</code> valeurs en progression géométrique dans <code>[10**e1, 10**e2]</code> |
| <code>empty(shape, ...)</code>  | tableau non-initialisé, dimensions données par le tuple <code>shape</code>                       |
| <code>zeros(shape, ...)</code>  | tableau de zéros, dimensions données par le tuple <code>shape</code>                             |
| <code>ones(shape, ...)</code>   | tableau de uns, dimensions données par le tuple <code>shape</code>                               |
| <code>full(shape, val, ...)</code>  | tableau rempli avec <code>val</code> , dimensions données par le tuple <code>shape</code>        |
| <code>empty_like(a, ...)</code>   | tableau non-initialisé, mêmes type et dimensions que le tableau <code>a</code>                   |
| <code>zeros_like(a, ...)</code>   | tableau de zéros, mêmes type et dimensions que le tableau <code>a</code>                         |
| <code>ones_like(a, ...)</code>  | tableau de uns, mêmes type et dimensions que le tableau <code>a</code>                           |
| <code>full_like(a, val, ...)</code>   | tableau rempli avec <code>val</code> , mêmes type et dimensions que le tableau <code>a</code>    |
| <code>fromfunction(f, ...)</code>   | tableau des valeurs de la fonction <code>f</code> calculées avec les indices du tableau          |
| <code>eye(...)</code>   | tableau avec des 1 sur une diagonale choisie, et des 0 ailleurs                                  |
| <code>identity(n, ...)</code>   | matrice identité d'ordre <code>n</code>  |

## → Exemple de création de tableaux ndarray

```
>>> import numpy as np
>>> M = np.array([[1,2,3],[4,5,6]]) ; M
array([[1, 2, 3],
       [4, 5, 6]])

>>> M = np.arange(1, 5, 0.5) ; M          # la borne supérieure est exclue...
array([ 1. ,  1.5,  2. ,  2.5,  3. ,  3.5,  4. ,  4.5])
>>> M = np.arange(1, 5+0.5/2, 0.5) ; M    # ajouter un 1/2 pas pour inclure la borne supérieure...
array([ 1. ,  1.5,  2. ,  2.5,  3. ,  3.5,  4. ,  4.5,  5. ])
>>> M = np.linspace(1, 2, 5) ; M
array([ 1. ,  1.25,  1.5 ,  1.75,  2. ])
>>> M = np.logspace(1, 4, 4) ; M          # 4 valeurs entre 10**1 et 10**4
array([ 10.,  100.,  1000.,  10000.])
>>> M = np.logspace(0, 6, 7, base=2) ; M  # 7 valeurs entre 2**0 et 2**6
array([ 1.,  2.,  4.,  8.,  16.,  32.,  64.])

>>> M = np.empty(3) ; M
array([ 6.91450234e-310,  2.28541724e-316,  1.58101007e-322])
>>> M = np.zeros(3) ; M
array([ 0.,  0.,  0.])
>>> M = np.ones(3) ; M
array([ 1.,  1.,  1.])
>>> M = np.ones(3, dtype=int) ; M
array([ 1,  1,  1])
>>> M = np.full((2,4), 1.2e3) ; M
array([[ 1200.,  1200.,  1200.,  1200.],
       [ 1200.,  1200.,  1200.,  1200.]])
```

## → Exemple de création de tableaux ndarray – suite

```
>>> def F(i,j): return 10*i + j
>>> M = np.fromfunction(F, (2,3), dtype=int) ; M      # avec la fonction F définie explicitement
array([[ 0,  1,  2],
       [10, 11, 12]])
>>> M = np.fromfunction(lambda i,j: 10*i+j, (2,3), dtype=int) ; M # avec une fonction lambda
array([[ 0,  1,  2],
       [10, 11, 12]])

>>> M = np.eye(3) ; M
array([[ 1.,  0.,  0.],
       [ 0.,  1.,  0.],
       [ 0.,  0.,  1.]])
>>> M = np.eye(3, k=-1, dtype=int) ; M
array([[0, 0, 0],
       [1, 0, 0],
       [0, 1, 0]])
>>> M = np.eye(3, 5, k=1, dtype=int) ; M
array([[0, 1, 0, 0, 0],
       [0, 0, 1, 0, 0],
       [0, 0, 0, 1, 0]])
>>> M = np.identity(3, dtype=int) ; M
array([[1, 0, 0],
       [0, 1, 0],
       [0, 0, 1]])
```

## → L'aide numpy

Sources d'aide : documentation numpy sur internet, aide en ligne dans le shell Python avec la fonction `numpy.info`.

 mots clefs `numpy`, `doc` et `zeros`  $\leadsto$  page [docs.scipy.org/doc/numpy/reference/generated/numpy.zeros.html](https://docs.scipy.org/doc/numpy/reference/generated/numpy.zeros.html)

[Scipy.org](#) [Docs](#) [NumPy v1.15 Manual](#) [NumPy Reference](#) [Routines](#) [Array creation routines](#)

### numpy.zeros

`numpy.zeros(shape, dtype=float, order='C')`

Return a new array of given shape and type, filled with zeros.

**Parameters:** `shape` : *int or tuple of ints*

Shape of the new array, e.g., `(2, 3)` or `2`.

`dtype` : *data-type, optional*

The desired data-type for the array, e.g., `numpy.int8`. Default is `numpy.float64`.

`order` : *{'C', 'F'}, optional, default: 'C'*

Whether to store multi-dimensional data in row-major (C-style) or column-major (Fortran-style) order in memory.

**Returns:** `out` : *ndarray*

Array of zeros with the given shape, dtype, and order.

#### See also:

[zeros\\_like](#) Return an array of zeros with shape and type of input.

[empty](#) Return a new uninitialized array.

[ones](#) Return a new array setting values to one.

[full](#) Return a new array of given shape filled with value.

#### Examples

```
>>> np.zeros(5)
array([ 0.,  0.,  0.,  0.,  0.])
```

```
>>>
```



## Aide en ligne dans le shell Python

La fonction `numpy.info` affiche dans le shell Python des informations succinctes sur son argument :

```
>>> import numpy as np
>>> np.info(np.zeros)
zeros(shape, dtype=float, order='C')
```

Return a new array of given shape and type, filled with zeros.

### Parameters

-----

shape : int or sequence of ints

Shape of the new array, e.g., ``(2, 3)`` or ``2``.

...

### Returns

-----

out : ndarray

Array of zeros with the given shape, dtype, and order.

### See Also

-----

`zeros_like` : Return an array of zeros with shape and type of input.

...

### Examples

-----

```
>>> np.zeros(5)
array([ 0.,  0.,  0.,  0.,  0.])
...
```

## → Les types numériques numpy

La plupart des fonctions numpy utilisées pour créer un objet `ndarray` acceptent un argument optionnel nommé `dtype` [f Data types](#), qui permet de spécifier le type numérique voulu (par défaut c'est le type `float`) :

### Exemples de valeurs possibles pour l'argument nommé `dtype=...`

| <i>type de base</i>  | <i>type numpy</i>          | <i>nom</i>                | <i>description</i>  |
|----------------------|----------------------------|---------------------------|---|
| <code>bool</code>    | <code>np.bool_</code>      | <code>'bool'</code>       | booléen <code>True</code> ou <code>False</code> , stocké sur un octet |
| <code>int</code>     | <code>np.int_</code>       | <code>'int'</code>        | entier ( <code>int32</code> ou <code>int64</code> selon plate-forme)  |
|                      | <code>np.int8</code>       | <code>'int8'</code>       | entier sur 8 bit (octet) (-128 à 127)                                 |
|                      | <code>np.int16</code>      | <code>'int16'</code>      | entier sur 16 bits (-32 768 à 32 767)                                 |
|                      | <code>np.int32</code>      | <code>'int32'</code>      | entier sur 32 bits (-2 147 483 648 à 2 147 483 647)                   |
|                      | <code>np.int64</code>      | <code>'int64'</code>      | entier sur 64 bits (-9 223372 036854 775808 à 9 223372 036854 775807) |
|                      | <code>np.uint8</code>      | <code>'uint8'</code>      | entier non-signé sur 8 bits (0 à 255)                                 |
|                      | <code>np.uint16</code>     | <code>'uint16'</code>     | entier non-signé sur 16 bits (0 à 65 535)                             |
|                      | <code>np.uint32</code>     | <code>'uint32'</code>     | entier non-signé sur 32 bits (0 à 4 294 967 295)                      |
|                      | <code>np.uint64</code>     | <code>'uint64'</code>     | entier non-signé sur 64 bits (0 à 18 446744 073709 551615)            |
| <code>float</code>   | <code>nb.float_</code>     | <code>'float'</code>      | flottant, équivalent de <code>np.float64</code>                       |
|                      | <code>np.float16</code>    | <code>'float16'</code>    | flottant demi-précision   |
|                      | <code>np.float32</code>    | <code>'float32'</code>    | flottant simple précision   |
|                      | <code>np.float64</code>    | <code>'float64'</code>    | flottant double précision   |
| <code>complex</code> | <code>np.complex_</code>   | <code>'complex'</code>    | complexe, équivalent de <code>np.complex128</code>                    |
|                      | <code>np.complex64</code>  | <code>'complex64'</code>  | complexe (2 flottants de 32 bits)                                     |
|                      | <code>np.complex128</code> | <code>'complex128'</code> | complexe (2 flottants de 64 bits)                                     |

## → Les attributs de la classe ndarray

La classe ndarray possède plusieurs attributs qu'il faut savoir utiliser [📖 Array attributes](#) :



### Principaux attributs de la classe ndarray

| attribut | lecture | écriture | description   |
|----------|---------|----------|---|
| dtype    | ✓       | ✓        | type des données (modification possible mais <b>déconseillée</b> : cf méthode astype) |
| shape    | ✓       | ✓        | tuple donnant les valeurs des dimensions du tableau                                   |
| ndim     | ✓       | ✗        | nombre de dimensions (ndim est égal à len(shape))                                     |
| size     | ✓       | ✗        | nombre total d'éléments du tableau  |
| itemsize | ✓       | ✗        | taille (en octets) d'un élément du tableau  |
| nbytes   | ✓       | ✗        | nombre d'octets en mémoire occupés par le tableau (itemsize*size)                     |
| real     | ✓       | ✓        | tableau des parties réelles   |
| imag     | ✓       | ✓        | tableau des parties imaginaires   |

L'attribut shape par exemple permet de changer la structure d'un tableau :

```
>>> import numpy as np
# liste de listes convertie en un tableau 2D :
>>> M = np.array([[1,2,3],[4,5,6]])
>>> M
array([[1, 2, 3],
       [4, 5, 6]])
>>> M.shape
(2,3)
```

```
>>> M.shape = (3,2)
>>> M
array([[1, 2],
       [3, 4],
       [5, 6]])
>>> M.shape = 6
>>> M
array([1, 2, 3, 4, 5, 6])
```

## → Les méthodes de la classe ndarray

La classe `ndarray` propose de très nombreuses méthodes pour le calcul, l'algèbre linéaire, la manipulation des données...



### Quelques méthodes de la classe ndarray

| <i>nom de la méthode</i>           | <i>action</i>   |
|------------------------------------|---|
| <code>tolist()</code>              | renvoie une liste (ou des listes emboîtées) contenant les données du tableau                |
| <code>fill(val)</code>             | remplit le tableau avec la valeur <code>val</code>  |
| <code>resize(shape)</code>         | change la structure du tableau (même effet que de modifier l'attribut <code>shape</code> )  |
| <code>transpose()</code>           | renvoie une vue du tableau transposé  |
| <code>flatten()</code>             | renvoie une copie du tableau « mis à plat » (1 seule dimension)                             |
| <code>copy()</code>                | renvoie une copie ( <i>deep copy</i> ) du tableau   |
| <code>astype(new_dtype)</code>     | renvoie une copie du tableau en changeant le type des éléments comme demandé                |
| <code>sort()</code>                | trie le tableau « en place »  |
| <code>take(indices)</code>         | renvoie un tableau formé des éléments trouvés aux <code>indices</code> donnés               |
| <code>nonzero()</code>             | renvoie les indices des éléments non nuls du tableau  |
| <code>min(axe=None)</code>         | renvoie la valeur minimale du tableau (ou selon un <code>axe</code> )                       |
| <code>max(axe=None)</code>         | renvoie la valeur maximale du tableau (ou selon un <code>axe</code> )                       |
| <code>mean(axe=None)</code>        | renvoie la moyenne des éléments du tableau (ou selon un <code>axe</code> )                  |
| <code>std(axe=None)</code>         | renvoie l'écart-type $\sigma_n$ des éléments du tableau (ou selon un <code>axe</code> )     |
| <code>std(ddof=1, axe=None)</code> | renvoie l'écart-type $\sigma_{n-1}$ des éléments du tableau (ou selon un <code>axe</code> ) |

Consulter la page [📖 Array methods](#) pour une revue plus complète des méthodes de la classe `ndarray`.

## → Expressions booléennes utilisant des tableaux ndarray

Les opérateurs de comparaison (<, <=, >, >=, ==, !=) renvoient des tableaux ndarray de booléens, avec lesquels les opérations \* et + correspondent respectivement à des opérations terme à terme AND et OR.

Ceci permet un style d'écriture très compact, puissant et performant :

```
>>> import numpy as np
>>> M = np.array([[1,2,3],[4,5,6]]) ; M
array([[1, 2, 3],
       [4, 5, 6]])

>>> M >= 3          # opération possible avec un ndarray
array([[False, False,  True],
       [ True,  True,  True]], dtype=bool)

>>> (M >= 3)*1      # la multiplication par 1 force la conversion booléen -> numérique
                        # /\ Parenthèses indispensables pour forcer l'ordre des opérations
array([[0, 0, 1],
       [1, 1, 1]])

>>> (M >= 3)*(M <= 4)*1  # la multiplication '*' a ici le même sens qu'un AND terme à terme
array([[0, 0, 1],
       [1, 0, 0]])

>>> (M == 1)+(M ==6)*1
array([[1, 0, 0],
       [0, 0, 1]])

>>> M * (M >= 4)
array([[0, 0, 0],
       [4, 5, 6]])

>>> M * (M % 2 == 0)
array([[0, 2, 0],
       [4, 0, 6]])
```