



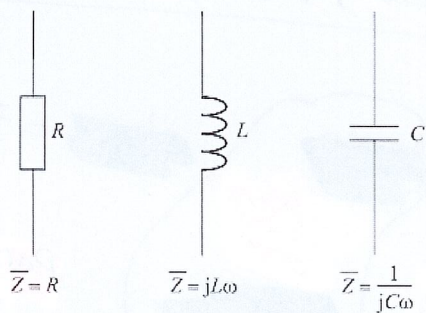
Lois et principes généraux de l'électricité

Compétences de base : Régime sinusoïdal

Théorème

Dans le schéma électrique transposé à sa représentation complexe, toutes les lois de l'électricité valables pour le régime continu, s'appliquent aux grandeurs et variables complexes.

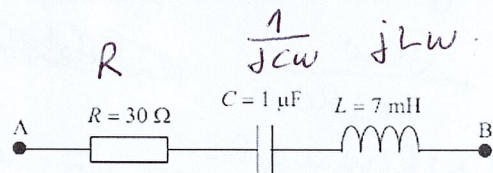
Notion d'impédance



Exercices d'application

Exercice 1 : Calcul d'une impédance

Calculer l'impédance complexe puis réelle du dipôle, supposé alimenté par une source de tension sinusoïdale de pulsation égale à $\omega = 500 \text{ rad. s}^{-1}$.

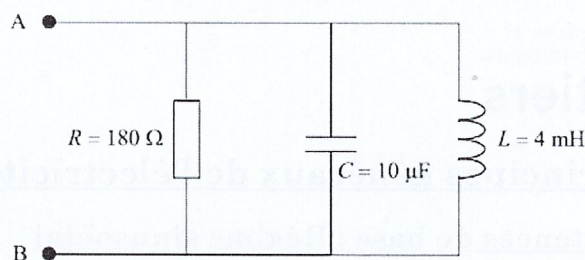


Réponse : RLC série

$$\underline{Z} = R + jL\omega - \frac{j}{C\omega} = R + j\left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)$$

$$\Rightarrow |\underline{Z}| = \sqrt{R^2 + \left(\frac{L\omega^2 - 1}{C\omega}\right)^2} = \sqrt{\frac{(R\omega)^2 + (L\omega^2 - 1)^2}{(C\omega)^2}}$$

$$\text{A.N } |\underline{Z}| \approx 2000 \Omega$$

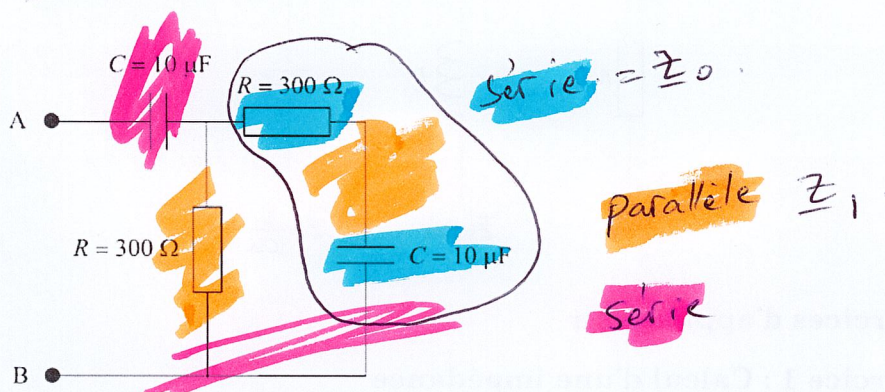


Réponse :

$$\frac{1}{\underline{Z}} = \frac{1}{R} + j\omega C + \frac{1}{j\omega L} = \frac{j\omega L + RCL\omega^2 + R}{jRL\omega}$$

$$= \frac{(R - RCL\omega^2) + jL\omega}{jRL\omega} \Rightarrow \underline{Z} = \frac{jRL\omega}{(R - RCL\omega^2) + jL\omega}$$

$$|\underline{Z}| = \frac{|Num|}{|Denom|} = \left| \frac{RL\omega}{\sqrt{(R - RCL\omega^2)^2 + (L\omega)^2}} \right| = |\underline{Z}| \quad \text{A.N. } |\underline{Z}| = 2 \Omega$$



Réponse : $\underline{Z}_0 = R + \frac{1}{j\omega C} = \frac{1 + jRC\omega}{j\omega C}$

$$\frac{1}{\underline{Z}_1} = \frac{1}{R} + \frac{1}{\underline{Z}_0} = \frac{1}{R} + \frac{j\omega C}{1 + jRC\omega}$$

$$= \frac{1 + jRC\omega + jRC\omega}{R(1 + jRC\omega)} = \frac{1 + j2RC\omega}{R(1 + jRC\omega)}$$

$$\Rightarrow \underline{Z}_1 = \frac{R(1 + jRC\omega)}{1 + j2RC\omega}$$

$$\underline{Z} = \underline{Z}_1 + \frac{1}{j\omega C} = \frac{1}{j\omega C} + \frac{R(1 + jRC\omega)}{1 + j2RC\omega} = \frac{1 + 2jRC\omega + jRC\omega(1 + jRC\omega)}{j\omega C(1 + j2RC\omega)}$$

$$= \frac{1 - (RC\omega)^2 + 3jRC\omega}{-2RC^2\omega^2 + j\omega C}$$

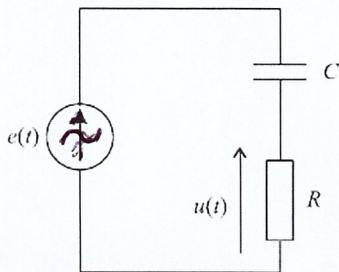
$$\Rightarrow |\underline{Z}| = \frac{\sqrt{(1 - (RC\omega)^2)^2 + (3RC\omega)^2}}{\sqrt{4R^2C^4\omega^4 + C^2\omega^2}}$$

A.N. $|\underline{Z}| = 422 \Omega$

Exercice 2 : Calcul d'une tension sinusoïdale dans un circuit

Dans le circuit suivant, déterminer l'expression de $u(t)$:

On donne : $e(t) = E_{eff} \cdot \sqrt{2} \cdot \cos \omega t$



Le principe du pont diviseur de tension s'applique au modèle complexe

Petit rappel :

et donc

$$u(t) = U_{eff} \cdot \sqrt{2} \cdot \cos(\omega t + \varphi)$$

$$\tan(a + b) = \frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \tan b}$$

$$\text{Arg}(a + jb) = \arctan\left(\frac{b}{a}\right) \text{ pour } a > 0.$$

$$= \arctan\left(\frac{b}{a}\right) \pm \pi \text{ pour } a < 0.$$

$$\underline{E} = E_{eff}$$

Réponse :

$$\underline{u} = \frac{R}{R + \frac{1}{j\omega C}} \cdot \underline{E} = \frac{j\omega RC}{j\omega RC + 1} \cdot \underline{E}$$

$$\underline{u} = U_{eff} \cdot e^{j\varphi} = \frac{j\omega RC}{1 + j\omega RC} \cdot E_{eff}$$

$$\left| \frac{j\omega RC}{1 + j\omega RC} \right| = \frac{\omega RC}{\sqrt{1 + \omega^2 R^2 C^2}}$$

$$\text{Arg}\left(\frac{j\omega RC}{1 + j\omega RC}\right) = \text{Arg}(j\omega RC) - \text{Arg}(1 + j\omega RC)$$

$$= \frac{\pi}{2} - \arctan\left(\frac{\omega RC}{1}\right)$$

$$\Rightarrow U_{eff} e^{j\varphi} = \frac{\omega RC}{\sqrt{1 + \omega^2 R^2 C^2}} \cdot e^{j\left(\frac{\pi}{2} - \arctan(\omega RC)\right)} \cdot E_{eff}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} U_{eff} = E_{eff} \cdot \frac{\omega RC}{\sqrt{1 + \omega^2 R^2 C^2}} \\ \varphi = \frac{\pi}{2} - \arctan(\omega RC) \end{cases}$$

Exercice 3 : Puissance active, puissance apparente et puissance réactive

Puissance active :

- Puissance utile (fournit le travail)
- $P = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T u \cdot i \cdot dt$ en régime alternatif (T)
- $P = U_{eff} \cdot I_{eff} \cdot \cos \varphi$ en sinusoïdal
- Unité = Watt

Puissance apparente :

- $S = U_{eff} \cdot I_{eff}$ en régime alternatif (T)
- Unité = VA

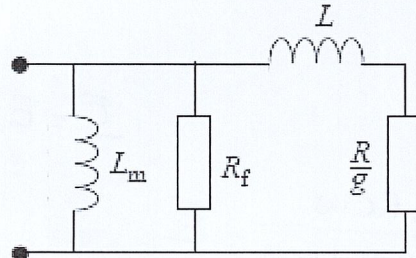
Facteur de puissance :

- $f = \frac{P_{active}}{P_{apparente}}$
- $f = \cos \varphi$ en sinusoïdal

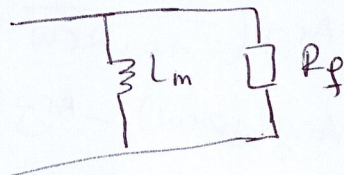
Puissance réactive :

- Pas réellement une puissance...
- Unité = VAR (Volt-Ampère Réactif)
- $S^2 = P^2 + Q^2$ en sinusoïdal

Soit le circuit suivant



- 1) Dans un premier temps on considère que la résistance R/g est infinie, représenter le circuit équivalent.



- 2) On alimente le circuit de la question 1) par le réseau entre phase et neutre. On mesure la puissance et le courant consommés : $P=1300$ W et $I=15$ A. Calculer la puissance apparente en kVA et la puissance réactive en kVAR.

$$V = 230 \text{ V}, f = 50 \text{ Hz}$$

$$P = 1300 \text{ W} \quad I = 15 \text{ A} \quad V = 230 \text{ V}$$

$$S = V_{eff} \cdot I_{eff} = 230 \times 15 = \boxed{3450 \text{ VA} = S} = 3,45 \text{ kVA}$$

$$Q = \sqrt{S^2 - P^2} = \boxed{3,2 \text{ kVAR} = Q}$$

3) Calculer la résistance R_f et l'inductance L_m (en mH)

$$P = R_f \cdot I_f^2 = R_f \cdot \left(\frac{V}{R_f}\right)^2 = \frac{V^2}{R_f} \Rightarrow \boxed{R_f = \frac{V^2}{P}}$$

$$\Rightarrow R_f = \frac{230^2}{1300} \Rightarrow \boxed{R_f = 40,69 \Omega}$$

$$X_m = L_m \omega \quad Q = X_m I_m^2 = \frac{V^2}{X_m} \Rightarrow \boxed{L_m = \frac{V^2}{\omega \cdot Q}} \quad \text{A.N.} \quad \boxed{L_m = 52,7 \text{ mH}}$$

4) Reprenons le schéma de départ avec la résistance R/g , avec $g=1$, d'où $R/g=R$. Maintenant le circuit est alimenté par une tension $V=37V$, consomme $P=1450 \text{ W}$ et $I = 45 \text{ A}$.

Calculer la puissance réactive consommée en kVAR

$$S = VI = 37 \times 45 = \boxed{1665 \text{ VA} = S}$$

$$Q = \sqrt{S^2 - P^2} = \sqrt{1665^2 - 1450^2} \Rightarrow \boxed{Q = 818,4 \text{ VAR}}$$

5) Calculer la puissance consommée par R_f dans les conditions de 4)

$$R_f = 40,69 \Omega ; V = 37V$$

$$\text{dnc} \quad P_{R_f} = \frac{V^2}{R_f} = \frac{37^2}{40,69} \Rightarrow \boxed{P_{R_f} = 33,64 \text{ W}}$$

6) Calculer la puissance réactive consommée par L_m dans les conditions 4)

$$Q_{L_m} = \frac{V^2}{L_m \cdot \omega} \quad L_m = 52,7 \text{ mH}$$

$$Q_{L_m} = \frac{37^2}{314,16 \times 0,05269} \Rightarrow \boxed{Q_{L_m} \approx 82,7 \text{ VAR}}$$

7) Dans les conditions 4) calculer le courant qui traverse la résistance R

$$P = 1450 \text{ W} \quad \& \quad \boxed{P_{Rf} = 33,64 \text{ W}} \quad P_R = P - P_{Rf} = 1450 - 33,64 \\ \Rightarrow \boxed{P_R = 1416,36 \text{ W}}$$

$$Q = 818,37 \text{ VAR} \quad Q_{Lm} = 82,7 \text{ VAR} \Rightarrow Q_L = Q - Q_{Lm} \\ \Rightarrow \boxed{Q_L = 818,37 - 82,7 \Rightarrow Q_L = 735,67 \text{ VAR}}$$

$$S_{RL} = \sqrt{P_R^2 + Q_L^2} = \sqrt{(1416,36)^2 + (735,67)^2} \Rightarrow \boxed{S_{RL} = 1596 \text{ VA}}$$

$$S_{RL} = V \cdot I_{RL} \Rightarrow I_{RL} = \frac{S_{RL}}{V} = \frac{1596}{37} \Rightarrow \boxed{I_{RL} = 43,14 \text{ A}}$$

8) Calculer la valeur de la résistance R (en Ω)

$$P_R = R \cdot I_{RL}^2 \Rightarrow R = \frac{P_R}{I_{RL}^2} \quad \text{A.N} \quad \boxed{R = 0,761 \Omega}$$

$$Q_L = X_L \cdot I_{RL}^2 \Rightarrow \boxed{L = 1,26 \text{ mH}}$$

9) Calculer la valeur de l'inductance L (en mH)