

Etude d'une famille de renvois d'angle de précision

Le sujet comporte 8 pages de texte et 3 documents



Présentation des renvois d'angle de précision

Liste des figures et documents :

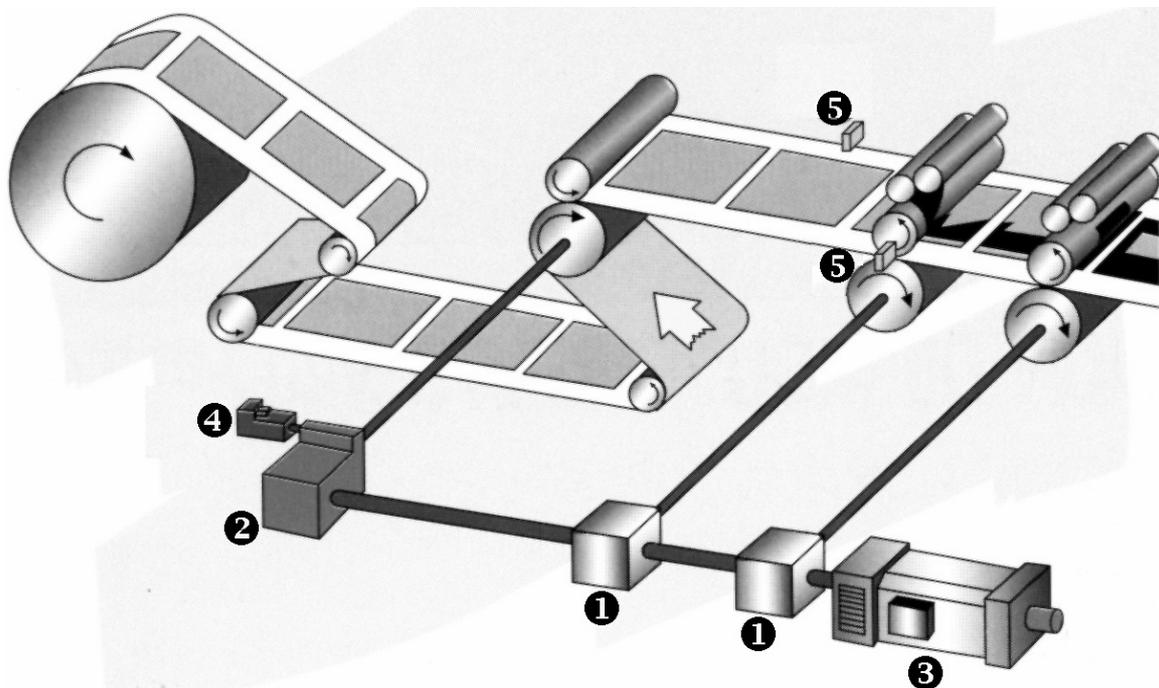
- Page de garde** : Présentation des renvois d'angle de précision
- Document I** : Schéma du positionneur à différentiel de précision (**format A4**)
- Document II** : **Trame préimprimée**, présentant le renvoi d'angle modulaire, à rendre à la fin de l'épreuve (**format A3**)
- Document III** : Dimensions de roulements à rouleaux coniques (**format A4**)

Tournez la page S.V.P.

Etude d'une famille de renvois d'angle de précision

Les renvois d'angles sont utilisés dans de nombreuses applications industrielles (automobile, ferroviaire, aéronautique, robotique, ...). En plus, de la fiabilité qui est indispensable pour toutes ces utilisations, de nombreuses applications nécessitent une grande précision des mouvements (par exemple la robotique). Pour répondre à ces exigences la société REDEX propose une famille de renvois d'angles de précision ; de plus, ces réducteurs sont d'une conception modulaire pour permettre leur adaptation facile aux différentes situations.

Des applications spécifiques, comme les travaux d'imprimerie, demandent en plus des synchronisations précises de mouvements de machines. L'exemple ci-dessous correspond à un travail de reprise de bandes de papier pré-imprimé (d'après document REDEX). La synchronisation, obtenue par asservissement, nécessite un mécanisme adéquate qui assure également une grande précision des mouvements.



- ❶ Réducteur de précision
- ❷ Positionneur à différentiel de précision
- ❸ Moteur d'entraînement
- ❹ Moteur asservi pour les corrections
- ❺ Capteur de position

Le système, que nous allons étudier, est un positionneur à différentiel de précision, c'est-à-dire l'association d'un renvoi d'angle et d'un train épicycloïdal.

Le travail demandé comporte trois parties. La première partie concerne une étude des possibilités de ce mécanisme et des conditions à assurer pour avoir un système précis. La seconde partie est liée à l'optimisation du dimensionnement d'un arbre creux du réducteur. La troisième est centrée sur la conception d'un renvoi d'angle modulaire.

PREMIERE PARTIE : Etude des caractéristiques du mécanisme

Dans cette partie nous allons étudier les caractéristiques de l'association d'un renvoi d'angle et d'un train épicycloïdal proposé sur le **document I**.

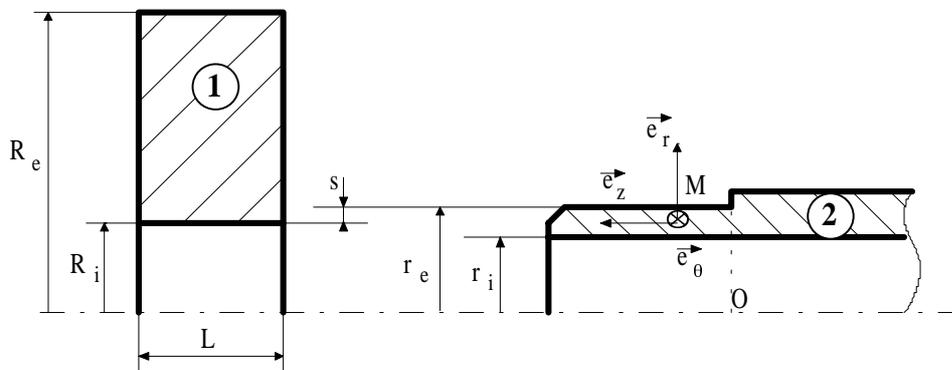
- 1) Etude cinématique. Ecrire la relation entre les vitesses des trois arbres du train épicycloïdal (1, 3 et 4). Etablir, en fonction des nombres de dents des différents pignons, la relation entre les vitesses de l'arbre d'entrée « e », de l'arbre de sortie « s » et de l'arbre contrôlé « c ».
- 2) Etude dynamique. En négligeant les pertes dans les liaisons, écrire les relations entre les couples exercés par l'extérieur sur les arbres du train épicycloïdal (1, 3 et 4).
- 3) Puissance de contrôle. En notant η_c le rendement du réducteur roue-vis, déterminer la puissance nécessaire à l'asservissement de la vitesse de l'arbre de sortie. Proposer une valeur pour η_c . Commenter le résultat obtenu. La puissance de « contrôle » peut-elle changer de signe ?
- 4) Etude énergétique. En ne prenant en compte que les pertes au contact des dentures (dans le train épicycloïdal et dans le réducteur roue-vis) estimer le rendement du système.
- 5) Déterminer l'ordre d'hyperstaticité du train épicycloïdal dans le cas où il y a 3 satellites. La modélisation utilisée sera justifiée.
- 6) Quelle condition faut-il respecter pour pouvoir monter équi-angulairement les 3 satellites du train épicycloïdal (1, 3 et 4) ?
- 7) Proposer des nombres de dents cinématiquement admissibles pour les pignons du train épicycloïdal (1, 3 et 4) qui évitent l'interférence de taille sans déport de denture.
- 8) Quelle est la signification physique du fonctionnement sans jeu d'un engrenage ? Cette condition entraîne quel type de relation sur l'engrenage ? Ce fonctionnement sans jeu a-t-il un intérêt pour le train épicycloïdal (1, 3 et 4) ?
- 9) Pour un pignon du renvoi d'angle, quel est le nombre minimal de dents qui permet d'éviter l'interférence de taille sans déport en utilisant l'approximation de TREDGOLD ?

SECONDE PARTIE : Dimensionnement de l'arbre creux

Dans certaines versions du réducteur, le pignon conique est monté par frettage sur un arbre creux. Dans le travail qui suit on se propose :

- D'étudier l'influence de la dimension de l'alésage de l'arbre sur la pression de frettage pour un serrage fixé, ceci revient à étudier l'influence de la dimension de l'alésage sur la capacité de la liaison à transmettre un couple.
- D'étudier la tenue en service du matériau constituant l'arbre.

Afin de simplifier l'étude, dans un premier temps on considère un pignon cylindrique à denture droite. On ne tient pas compte des dentures et on considère une surface extérieure cylindrique de rayon R_e .



A – Influence de l'alésage sur le frettage

Un calcul de Mécanique des Milieux Continus montre que le champ de déplacements après montage, dans le pignon (1) et dans l'arbre (2), choisi radial, se présente sous la forme :

$$\vec{u}(r) = \left(A \frac{r}{2} + \frac{B}{r} \right) \vec{e}_r$$

A et B sont des constantes à déterminer,

r est la position radiale du point M considéré,

$\{\vec{e}_r, \vec{e}_\theta, \vec{e}_z\}$ est la base locale associée au système de coordonnées cylindriques.

On demande :

A-1) Après avoir déterminé la matrice qui représente l'opérateur des déformations $\mathcal{E}(M)$, de calculer la matrice représentative de l'opérateur des contraintes $\mathcal{C}(M)$.

On rappelle qu'en coordonnées cylindriques la matrice qui, sur la base locale, représente le gradient de \vec{u} a la forme suivante :

$$\text{grad } \vec{u} \xrightarrow{\{\bar{e}_r, \bar{e}_\theta, \bar{e}_z\}} \begin{bmatrix} u_{r,r} & \frac{1}{r}(u_{r,\theta} - u_\theta) & u_{r,z} \\ u_{\theta,r} & \frac{1}{r}(u_{\theta,\theta} - u_r) & u_{\theta,z} \\ u_{z,r} & \frac{1}{r}u_{z,\theta} & u_{z,z} \end{bmatrix}$$

Les matériaux qui constituent le pignon et l'arbre ont mêmes coefficients d'élasticité λ et μ .

A-2) De déterminer les constantes A_1, B_1 relatives au pignon (1) et A_2, B_2 relatives à l'arbre (2).

Pour cela, on exprimera les conditions aux limites :

- sur le pignon pour $r = R_e$ et $r = R_i$,
- sur l'arbre pour $r = r_e$ et $r = r_i$.

On notera p la pression de contact à l'interface pignon/arbre.

A-3) D'exprimer la condition de montage $s = u_2 - u_1$, où u_2 et u_1 sont respectivement les déplacements radiaux u_r des points de l'interface appartenant à l'arbre et au pignon.

A partir de cette condition, on donnera l'expression de p en fonction de $s, R_e, R_i, r_e, r_i, \lambda$ et μ . Pour simplifier l'expression, on adopte $R_i = r_e$.

Si on note p_0 la pression au contact lorsque $r_i = 0$, et $x = \frac{r_i}{r_e}$, après avoir indiqué l'expression de p_0 ,

on exprimera p en fonction de p_0 et de x . On donnera dans le graphe (p, x) l'allure de la dépendance de p vis à vis de x . Pour répondre à cette question, on supposera que R_e est grand devant R_i .

B - Prise en compte de la conicité du pignon

On souhaite avoir une idée de l'influence de la conicité du pignon sur la pression de frettage. Pour cela, on revient sur les hypothèses de la partie **A**. On suppose que le pignon est représenté par une pièce dont la surface extérieure est conique de demi angle au sommet α et de grand rayon R_e . Ici, on ne suppose plus que R_e est grand devant R_i .

On demande :

B-1) De proposer une méthode approchée, basée sur les résultats de la partie **A**, qui permette d'avoir une idée de l'influence de la conicité sur la pression de frettage p .

B-2) De décrire qualitativement cette influence et d'en déduire une stratégie de fabrication simple qui tende à l'annuler pour retrouver une pression de frettage uniforme.

B-3) Si on souhaite aborder le problème de l'influence de la conicité du pignon sur la pression de frettage par une approche plus exacte en Mécanique des Milieux Continus, donner succinctement les idées qui permettraient d'initier la méthode.

C - Modélisation des actions de contact entre le pignon et l'arbre - tenue en service

On souhaite, par un calcul simplifié, vérifier la tenue en service du pignon et de l'arbre à partir d'une modélisation des actions de contact. Pour simplifier l'étude nous reprenons le modèle utilisé dans la partie **A**, c'est-à-dire un pignon cylindrique.

On demande :

C-1) De représenter, sur une figure, l'action mécanique de la roue sur le pignon dans le cas où cette action est modélisée par un glisseur. Préciser les différentes hypothèses et les différents paramètres géométriques utilisés dans cette modélisation.

C-2) Pour chaque composante de l'action mécanique de la roue sur le pignon, de proposer une modélisation simple des actions de contact entre le pignon et l'arbre. Justifier et représenter sur une figure à main levée votre réponse.

C-3) D'en déduire une démarche simplifiée pour valider la tenue en service du pignon et de l'arbre, en utilisant les résultats de la partie **A**. On considère que cette vérification doit se faire sur les surfaces de contact. Les calculs ne sont pas à effectuer.

D – Tenue en service du matériau constituant l'arbre creux

Dans cette question on prend en compte que les états de contrainte dus au frettage et au couple maximal transmis.

On demande :

D-1) De calculer la pression p au contact nécessaire à la transmission du couple C . On en déduira le serrage à installer et le champ de contraintes dû au frettage. Pour répondre à cette question, on suppose que le frottement de contact est de COULOMB, avec un coefficient de frottement f .

D-2) Un calcul de Mécanique des Milieux Continus, essentiellement basé sur la modélisation de la partie **A**, conduit au champ de contraintes dû au couple. Sur la base locale, il se représente par la matrice suivante :

$$\sigma(M) \xrightarrow{\{\bar{e}_r, \bar{e}_\theta, \bar{e}_z\}} \begin{bmatrix} 0 & \sigma_{r\theta} & 0 \\ \sigma_{r\theta} & 0 & \sigma_{\theta z} \\ 0 & \sigma_{\theta z} & 0 \end{bmatrix}$$

$$\text{Où : } \sigma_{r\theta} = \frac{A_2}{4L} \left(r^2 - \frac{r_i^4}{r^2} \right) \quad \text{et} \quad \sigma_{\theta z} = A_2 r \left(\frac{L-z}{L} \right)$$

On demande de donner l'état de contrainte dû à l'association du frettage et du couple transmis.

D-3) De proposer une démarche pour vérifier la tenue en service du matériau de l'arbre creux.

TROISIEME PARTIE : Conception d'un renvoi d'angle modulaire de précision

L'objectif de cette partie est la réalisation du dessin d'un avant projet d'un renvoi d'angle modulaire de précision.

1) Proposer un schéma d'architecture (ou schéma technologique) de ce renvoi d'angle. La solution technique proposée utilise des roulements à rouleaux coniques pour assurer une grande rigidité aux liaisons pivots. Les solutions constructives proposées pour assurer la précision du réducteur seront rapidement commentées.

2) Réaliser un dessin d'avant-projet de ce renvoi d'angle modulaire (**document II**) en respectant le cahier des charges suivant :

- puissance maximale transmissible : 40 kW,
- vitesse de rotation maximale des arbres : 2000 tr/mn,
- liaisons pivots réalisées avec des roulements à rouleaux coniques (**document III**),
- pour chaque axe, les roulements doivent être compatibles avec l'utilisation d'un arbre « plein » de diamètre \varnothing **20 mm** et d'un arbre « creux » de diamètre \varnothing **20 mm**, **dessiner les deux solutions**,
- l'arbre « vertical » est « traversant » et permet un entraînement par les deux extrémités,
- système rigide et compact permettant un montage facile,
- fonctionnement avec jeu contrôlé,
- lubrification à l'huile,
- réalisation en moyenne série,

Le dimensionnement des différentes liaisons n'est pas à étudier.

Les différents ajustements sont à préciser.

Pour les éléments standards du commerce il est demandé de respecter l'ordre de grandeur des dimensions.

Les différentes vues nécessaires à la compréhension doivent être représentées. Des vues en perspectives, à main levée, peuvent avantageusement être utilisées (sur le **document II** ou sur la copie).

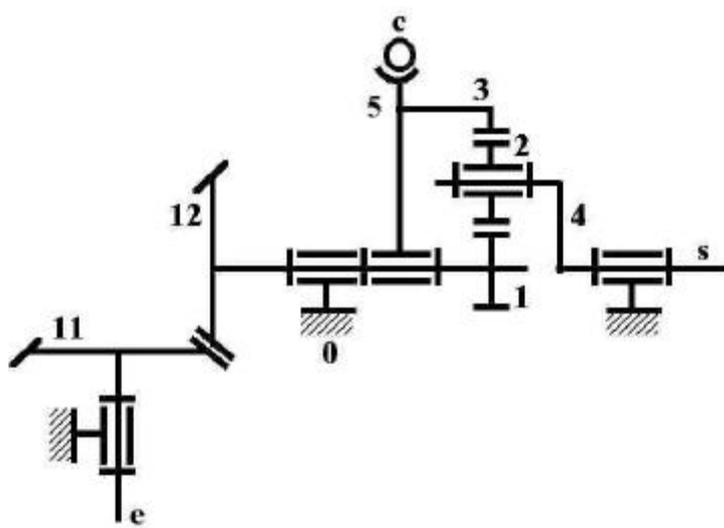


Schéma du positionneur à différentiel de précision

Z_i nombre de dents du pignon « i »

- e : arbre d'entrée
- s : arbre de sortie
- c : arbre contrôlé
- 0 : bâti

Renvoi d'angle

$$Z_{11} / Z_{12} = 1$$

Train épicycloïdal

- 1 : planétaire intérieur
- 2 : satellite
- 3 : planétaire extérieur
- 4 : porte satellite

$$Z_3 / Z_1 = 3$$

Réducteur roue-vis

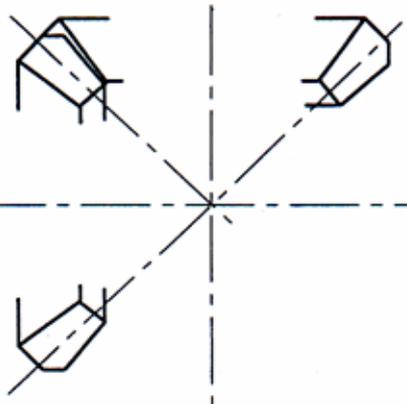
$$Z_5 / Z_c = 40$$

C31172

Nom :
(en lettres capitales)
Prénom :
Epreuve :
N° de table :

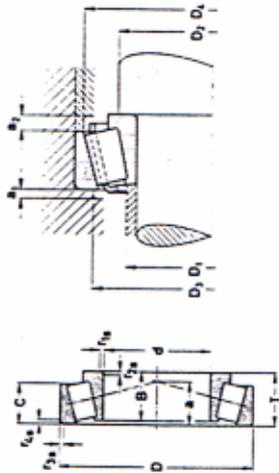
J. 485.

arbre creux
arbre plein



arbre creux
arbre plein

arbre
traversant



Arbre	Dimensions		Cotes de montage										Dimensions					Cotes de montage												
	d	D	d	D	D ₁ max	D ₂ min	D ₃ min	D ₃ max	D ₄ min	a	a ₁ min	a ₂ min	T	C	B	d	D	D ₁ max	D ₂ min	D ₃ min	D ₃ max	D ₄ min	a	a ₁ min	a ₂ min					
15	15	35	11	10	11,75	0,6	0,6	10	21	21	29	29	32	2	2	35	62	18	14	18	1	1	16	40	41	54	56	59	4	4
	15	42	13	11	14,25	1	1	10	22	21	36	36	38	2	3	35	72	17	15	18,25	1,5	1,5	15	44	42	62	65	67	3	3
17	17	40	12	11	13,25	1	1	10	23	23	34	34	37	2	2	35	72	23	19	24,25	1,5	1,5	18	43	42	61	65	67	3	5,5
	17	47	14	12	15,25	1	1	10	25	23	40	41	42	2	3	35	80	21	18	22,75	2	1,5	16	45	44	70	71	74	3	4,5
20	17	47	19	16	20,25	1	1	12	24	23	39	41	43	3	4	35	80	31	25	32,75	2	1,5	20	44	44	66	71	74	4	7,5
	20	42	15	12	15	0,6	0,6	10	25	25	36	37	39	3	3	35	80	31	25	32,75	2	1,5	25	42	44	61	71	76	4	7,5
22	20	47	14	12	15,25	1	1	11	27	26	40	41	43	2	3	40	68	19	14,5	19	1	1	15	46	46	60	62	65	4	4,5
	20	52	15	13	16,25	1,5	1,5	11	28	27	44	45	47	2	3	40	80	18	16	19,75	1,5	1,5	17	49	47	69	73	74	3	3,5
25	20	52	21	18	22,25	1,5	1,5	14	27	27	43	45	47	3	4	40	80	23	19	24,75	1,5	1,5	19	48	47	88	93	95	3	5,5
	22	44	15	11,5	15	0,6	0,6	11	27	27	38	39	41	3	3,5	40	80	32	25	32	1,5	1,5	21	47	47	67	73	76	5	7
28	25	47	15	11,5	15	0,6	0,6	12	30	30	40	42	44	3	3,5	40	90	23	17	25,25	2	1,5	20	52	49	77	81	82	3	5
	25	52	18	15	19,25	1	1	13	31	31	44	46	48	2	3	40	90	23	17	25,25	2	1,5	30	51	49	71	81	86	4	8
30	25	52	22	18	22	1	1	14	30	31	43	46	49	4	4	40	90	33	27	35,25	2	1,5	23	50	49	73	81	82	4	8
	25	62	17	15	18,25	1,5	1,5	13	34	32	54	55	57	2	3	45	75	20	15,5	20	1	1	17	51	51	67	69	72	4	4,5
32	25	62	24	20	25,25	1,5	1,5	16	33	32	53	55	57	3	5	45	75	20	15,5	20	1	1	17	51	51	67	69	72	4	4,5
	28	52	16	12	16	1	1	13	33	34	45	46	49	3	4	45	85	26	20,5	26	1,5	1,5	19	52	52	69	73	77	4	5,5
35	25	62	17	13	18,25	1,5	1,5	20	34	32	47	55	59	3	5	45	85	19	16	20,75	1,5	1,5	18	54	52	74	78	80	3	4,5
	25	62	24	20	25,25	1,5	1,5	16	33	32	53	55	57	3	5	45	85	23	19	24,75	1,5	1,5	20	53	52	73	78	80	3	5,5
35	25	62	24	20	25,25	1,5	1,5	16	33	32	53	55	57	3	5	45	85	32	25	32	1,5	1,5	22	52	52	72	78	81	5	7
	28	52	16	12	16	1	1	13	33	34	45	46	49	3	4	45	100	25	22	27,25	2	1,5	21	59	54	86	91	92	3	5
38	30	55	17	13	17	1	1	14	35	36	48	49	52	3	4	45	100	25	18	27,25	2	1,5	32	56	54	79	91	95	4	9
	30	55	17	13	17	1	1	14	35	36	48	49	52	3	4	45	100	36	30	38,25	2	1,5	25	56	54	82	91	93	4	8
40	30	62	16	14	17,25	1	1	14	37	36	53	56	59	3	4	50	80	20	15,5	20	1	1	18	56	56	72	74	77	4	4,5
	30	62	20	17	21,25	1	1	16	37	36	52	56	60	3	4	50	80	24	19	24	1	1	17	56	56	72	74	76	4	5
45	30	62	20	17	21,25	1	1	16	36	36	50	56	60	3	4	50	80	24	19	24	1	1	17	56	56	72	74	76	4	5
	30	62	25	19,5	25	1	1	16	36	36	53	56	59	5	5,5	50	85	26	20	26	1,5	1,5	20	56	57	74	78	82	4	6
50	30	72	19	16	20,75	1,5	1,5	15	40	37	62	65	68	3	4,5	50	90	20	17	21,75	1,5	1,5	20	58	57	79	83	85	3	4,5
	30	72	19	14	20,75	1,5	1,5	15	40	37	55	65	68	3	6,5	50	90	23	19	24,75	1,5	1,5	21	58	57	78	83	85	3	5,5
50	30	72	27	23	26,75	1,5	1,5	18	39	37	59	65	68	4	5,5	50	90	32	24,5	32	1,5	1,5	23	57	57	77	83	87	5	7,5
	32	58	17	13	17	1	1	14	38	38	50	52	55	3	4	50	110	27	23	29,25	2,5	2	23	65	60	95	100	102	4	6
55	32	58	17	13	17	1	1	14	38	38	50	52	55	3	4	50	110	27	19	29,25	2,5	2	35	62	60	87	100	104	4	10
	32	58	17	13	17	1	1	14	38	38	50	52	55	3	4	50	110	40	33	42,25	2,5	2	29	62	60	90	100	102	5	9
60	32	58	17	13	17	1	1	14	38	38	50	52	55	3	4	50	110	40	33	42,25	2,5	2	33	60	60	83	100	103	5	9
	32	58	17	13	17	1	1	14	38	38	50	52	55	3	4	50	110	40	33	42,25	2,5	2	33	60	60	83	100	103	5	9

Document III : Dimensions de roulements à rouleaux coniques (extrait documentation FAG)