

# Etude de l'influence de coupures

L. CHAMPANEY et Ph. TROMPETTE

Objectifs :

- Influence de coupures,
- En statique,
- En dynamique,
- Simplifications.

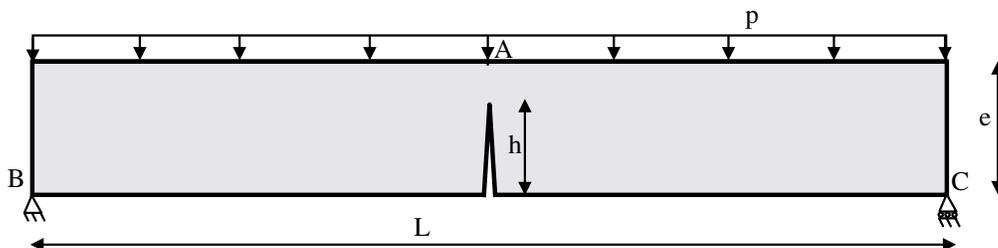
Dans ce chapitre, nous étudions l'influence d'une coupure (d'une fissure) sur les comportements statique et dynamique d'une poutre. Nous tentons de déterminer les cas pour lesquels la simplification, qui consiste à négliger la coupure dans le modèle éléments finis, est valable.

## Table des matières

<b>1</b>	<b>Problème</b>	<b>2</b>
1.1	Géométrie . . . . .	2
1.2	Maillage . . . . .	3
<b>2</b>	<b>Comportement en flexion</b>	<b>4</b>
2.1	Déplacements . . . . .	4
2.2	Contraintes . . . . .	5
2.3	Influence de la coupure . . . . .	6
<b>3</b>	<b>Analyse modale</b>	<b>7</b>
3.1	Premier mode . . . . .	7
3.2	Deuxième mode . . . . .	8
3.3	Influence de la coupure : mode 1 . . . . .	9
3.4	Influence de la coupure : mode 2 . . . . .	10
<b>4</b>	<b>Conclusions</b>	<b>11</b>

# 1 Problème

## 1.1 Géométrie



$$L = 2m, e = 0.2m$$

$$E = 2.1E11Pa, \nu = 0.3, \rho = 7800kg/m^3 \text{ et } p = 10MPa$$

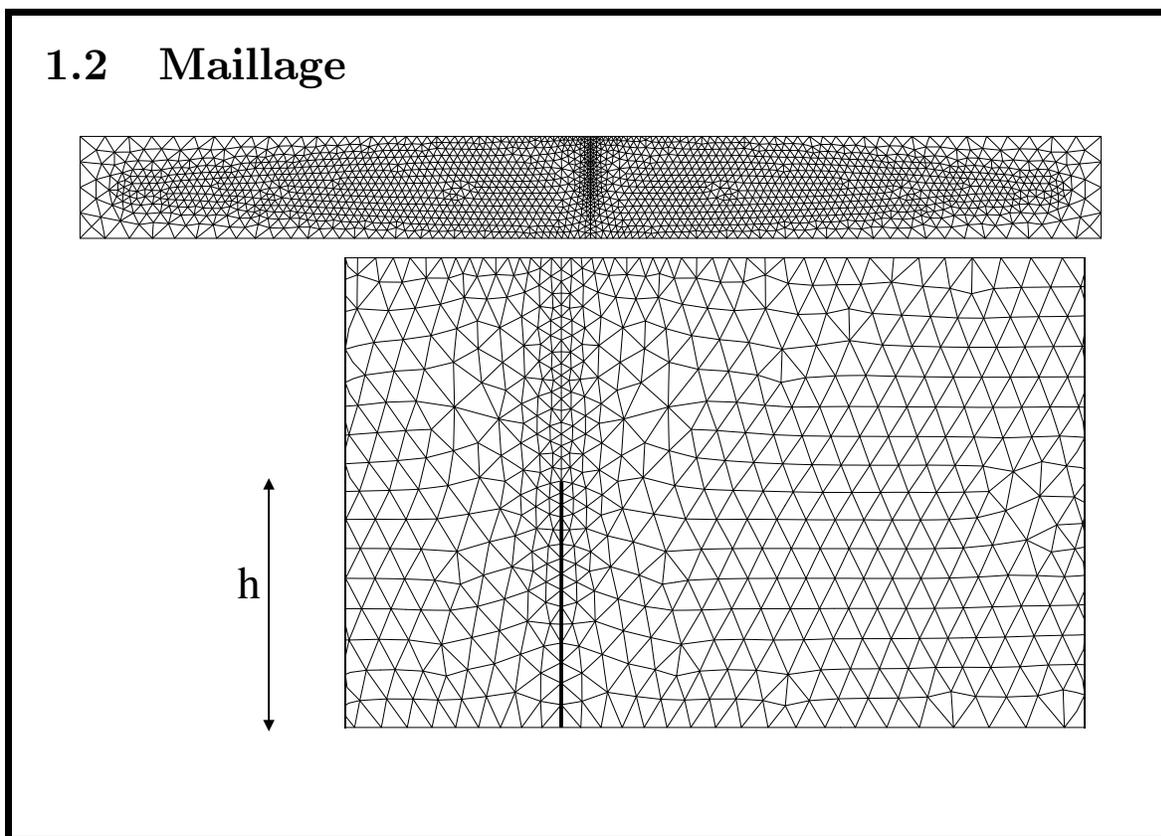
Maillage : éléments déformations planes : TRIA6

On étudie le comportement d'une poutre fissurée en fonction de la longueur de la fissure.

Le problème considéré est représenté sur la figure ci-dessus. Toutes les dimensions sont indiquées sur la figure. La poutre repose sur deux appuis : un appui fixe en  $B$  à son extrémité gauche et un appui mobile en  $C$  à son extrémité droite.

Dans la suite, on étudie l'influence de la longueur  $h$  de la fissure pour deux problèmes différents :

- le comportement de la poutre en flexion lorsqu'elle est soumise à un chargement de pression  $p$  répartie sur toute sa surface supérieure, comme indiqué sur la figure ci-dessus. Dans ce cas le paramètre observé est la flèche mesurée au point  $A$  au milieu de la poutre.
- le comportement dynamique de la poutre en vibrations libres. Dans ce cas, les paramètres observés seront les fréquences  $f_1$  et  $f_2$  des deux premiers modes de vibration.



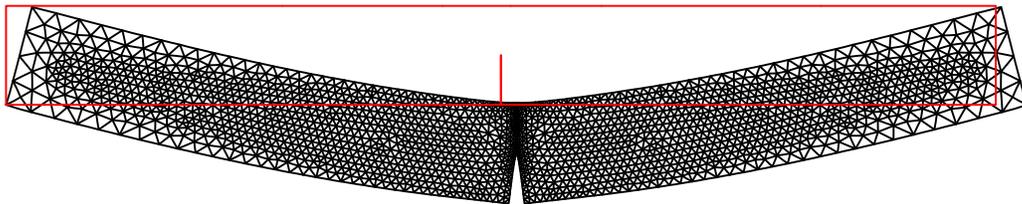
Dans les deux cas, le maillage utilisé ressemble à celui présenté sur la figure ci-dessus. Il est composé d'éléments finis triangulaires à six noeuds pour les problèmes de déformations planes. L'approximation polynômiale du déplacement est donc quadratique.

Le maillage présenté sur la figure ci-dessus correspond à une longueur de fissure  $h = 0.1m$ . Le maillage a été raffiné près de la pointe de la fissure.

Dans le cas précis de la figure ci-dessus, le maillage contient 3478 éléments et 7174 noeuds soit 14350 degrés de liberté.

## 2 Comportement en flexion

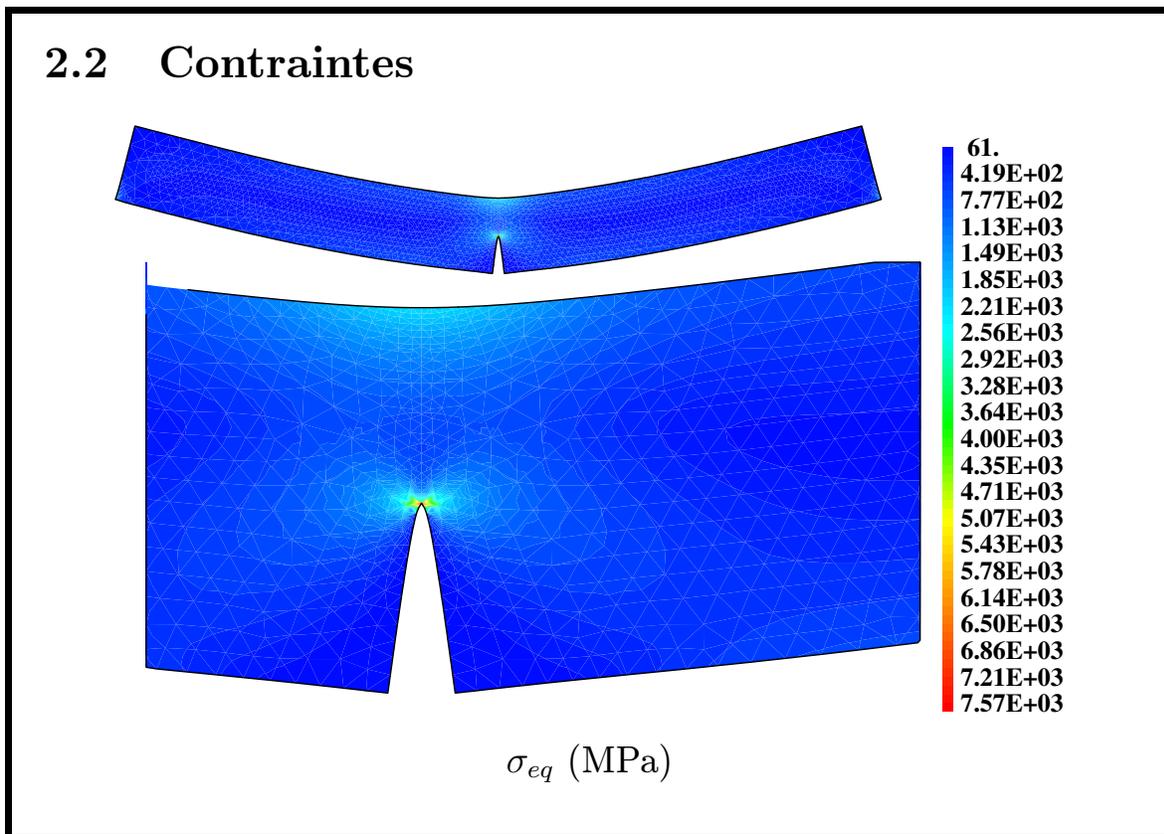
### 2.1 Déplacements



$h = 0.1m$  – Amplification  $\times 7.5$

Nous commençons par étudier le comportement statique en flexion de la poutre.

La figure ci-dessus présente la poutre déformée dans le cas d'une longueur de fissure  $h = 0.1m$ .



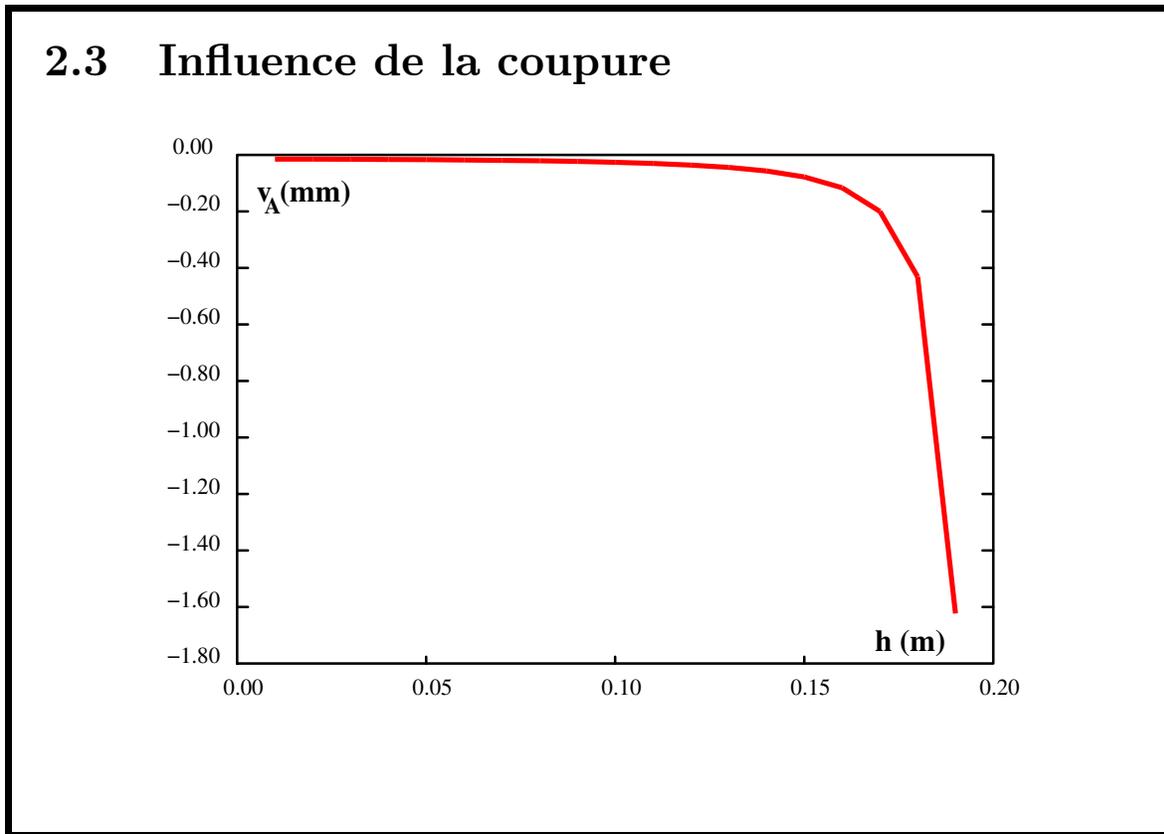
La figure ci-dessus présente les isovaleurs de la contrainte équivalente de Von Mises dans la poutre complète et localement près de la fissure.

La solution analytique donne, près de la fissure, un état de contrainte sous la forme :

$$\sigma = K \frac{1}{\sqrt{r}}$$

où  $r$  est la distance à la pointe de la fissure. La contrainte est donc théoriquement infinie à la pointe de la fissure.

Cette singularité est bien observée numériquement. Nous ne nous attacherons donc pas à mesurer les contraintes maximales obtenues par éléments finis étant donné qu'elles n'ont aucun sens.



Nous nous intéressons maintenant à l'influence de la longueur de fissure.

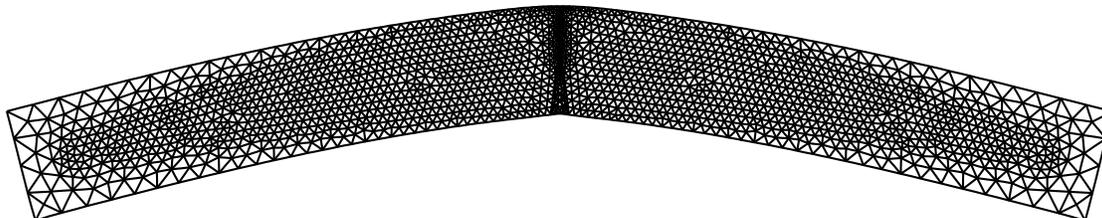
La courbe ci-dessus donne l'évolution de la flèche au point  $A$  (en mm) en fonction de la longueur  $h$  de la fissure (en m).  $h = 0$  correspond à une poutre non fissurée et  $h = 0.2$  correspond à la poutre complètement coupée.

Nous constatons que tant que la longueur de la fissure est inférieure à la moitié de la hauteur de la poutre, son influence sur la flèche est très faible.

En première approximation, la fissure aurait pu être négligée. Cette approximation aurait permis une simplification énorme du maillage de la poutre.

### 3 Analyse modale

#### 3.1 Premier mode



$$h = 0.1m \quad f_1 = 88hz$$

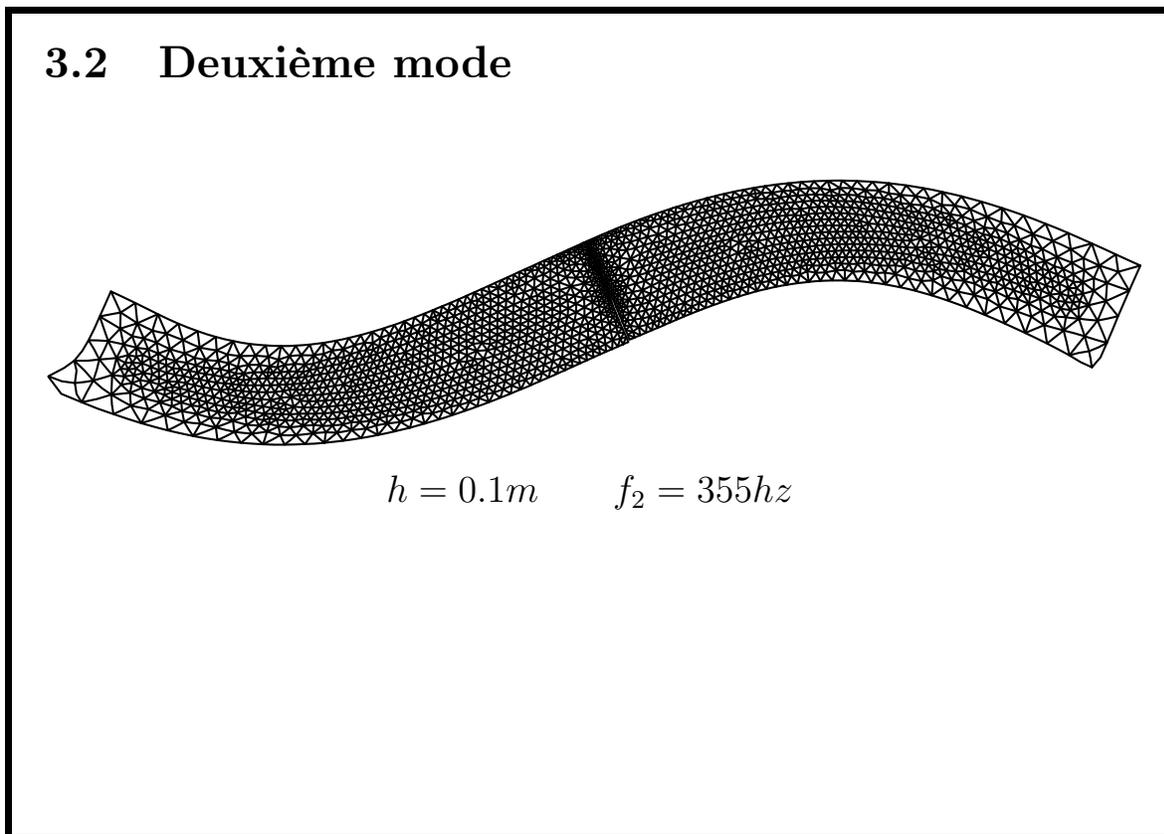
Nous nous intéressons maintenant au comportement de la poutre en vibrations libres. Elle est toujours considérée comme maintenue sur ses deux appuis en  $B$  et  $C$ .

La figure ci-dessus représente la déformée modale pour le premier mode de vibrations dans le cas particulier où  $h = 0.1m$ .

On reconnaît le premier mode de flexion d'un poutre sur deux appuis. Il ne comporte pas de noeud de vibration. La fréquence obtenue par éléments finis est ici de  $88Hz$ .

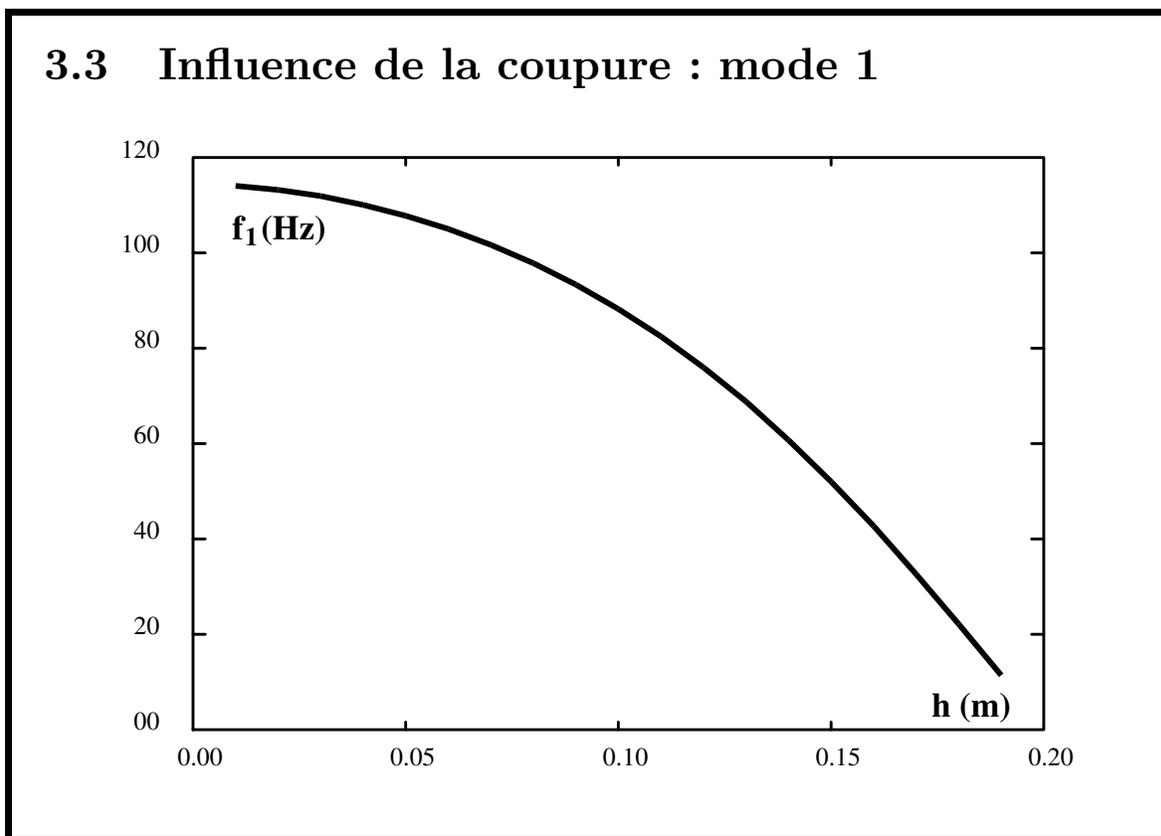
Il est intéressant de remarquer que notre analyse par éléments finis ne prend pas en compte les conditions de contact entre les deux bords de la fissure. Si ces conditions étaient prises en compte, elles seraient activées pour ce premier mode. On comprend aisément que le comportement serait différent entre les mouvements de flexion vers le bas et les mouvements de flexion vers le haut : le contact unilatéral est un phénomène non linéaire.

Le domaine des vibrations non-linéaires est un sujet de recherche très vaste et complexe [3], en particulier en présence de contacts unilatéraux, que nous n'abordons pas ici.



Le deuxième mode de vibration est représenté sur la figure ci-dessus pour le cas  $h = 0.1$ . On reconnaît le deuxième mode typique d'une poutre sur deux appuis. Il contient un noeud de vibration au centre de la poutre. La fréquence obtenue numériquement est de  $355Hz$ .

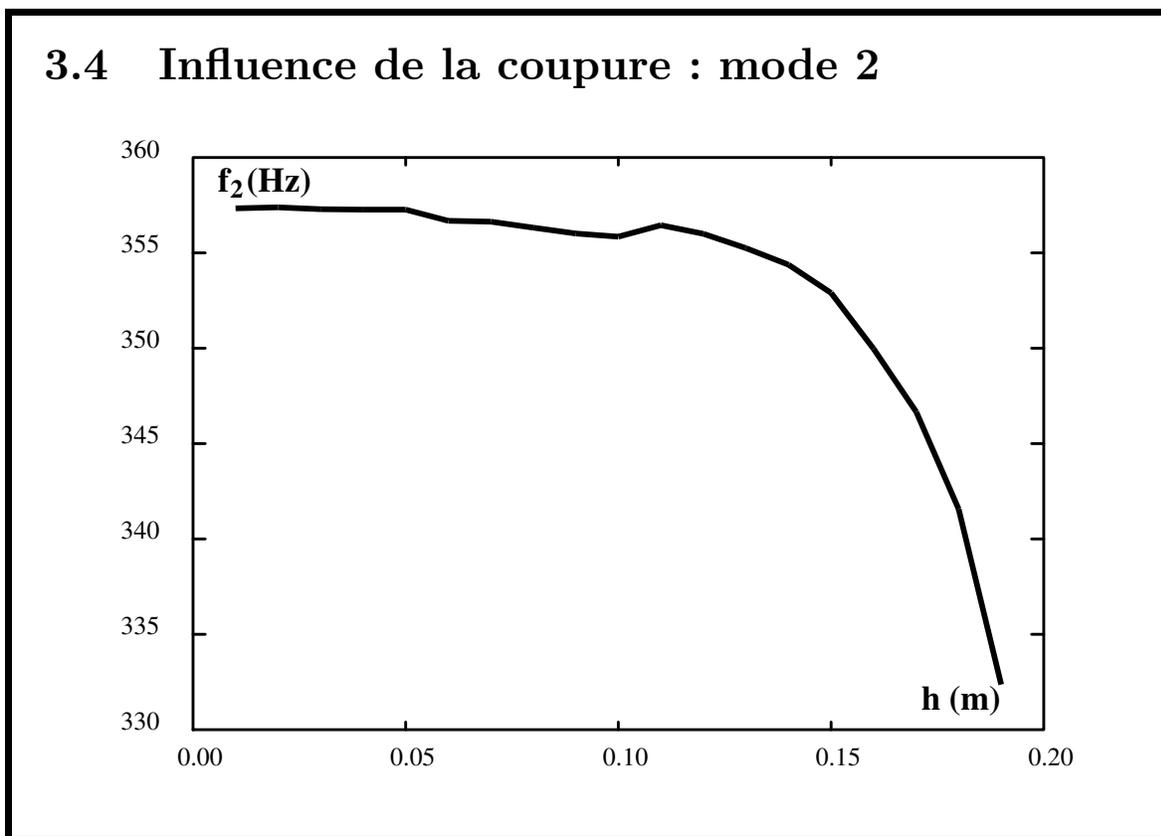
Le contact unilatéral n'est toujours pas modélisé, mais on sent qu'il aurait une influence beaucoup moins importante pour ce deuxième mode car la fissure est située sur le noeud de vibration.



Nous traçons maintenant l'évolution de la fréquence propre  $f_1$  du premier mode de vibration en fonction de la hauteur  $h$  de la fissure.

Nous constatons une influence importante de la longueur de fissure. Ce résultat n'est pas surprenant car la fissure est située dans un ventre de vibration ; son influence est donc très importante.

Négliger la fissure dans la modélisation aurait conduit ici à une erreur trop importante sur le résultat attendu.



Nous traçons maintenant l'évolution de la fréquence propre  $f_2$  du deuxième mode de vibration en fonction de la hauteur  $h$  de la fissure.

La hauteur de la fissure a une très faible influence sur la fréquence (attention à l'échelle du tracé). Ce résultat n'est pas surprenant car la fissure est située dans un noeud de vibration ; son influence est donc très faible.

Négliger une fissure de  $h = 0.18m$  (c'est dire que 90% de la hauteur de la poutre sont découpés) revient à commettre une erreur de seulement 7% sur la fréquence !

Comme dans le cas de la statique, il est possible de négliger la fissure dans la modélisation par éléments finis.

## 4 Conclusions

- Modélisation d'une poutre fissurée,
  - en flexion statique,
  - en vibrations libres.
- Possibilité de négliger la fissure :
  - en statique,
  - pour le deuxième mode propre.
- Impossible de la négliger pour le premier mode propre.
- Certains défauts ou détails géométriques peuvent être négligés après une estimation rapide de leur influence sur la solution.

## Références

- [1] Gibert R.J., *Vibrations des Structures - Interactions avec les fluides - Sources d'excitations aléatoires*, Eyrolles, 1988.
- [2] Géradin M. et Rixen D., *Théorie des Vibrations - Application à la dynamique des structures*, Masson, 1997.
- [3] Chondros T.G., Dimarogonas A.D. et Jao J., Vibration of a beam with a breathing crack *Journal of Sound and Vibrations*, **239**(1), 57–67, 2001.