

Etude de l'influence de discontinuités

L. CHAMPANEY et Ph. TROMPETTE

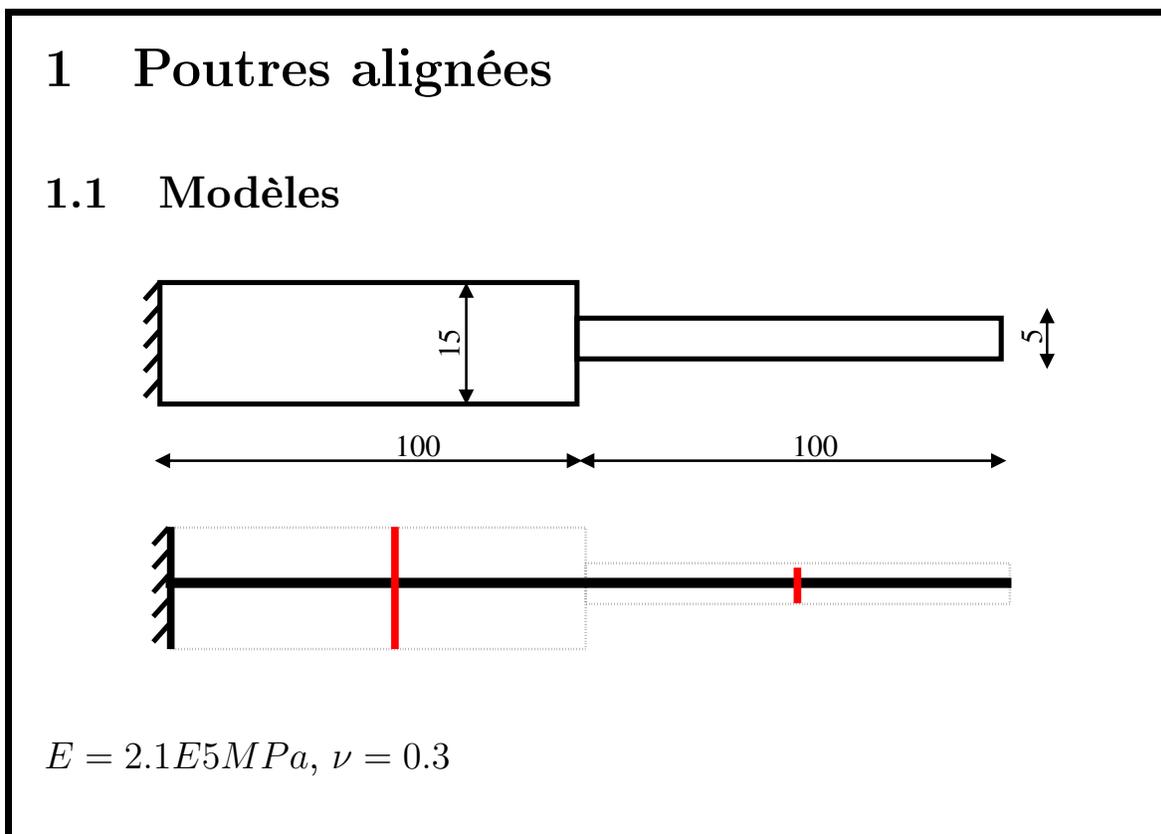
Objectifs :

- Comparaison poutre-massif,
- Discontinuité de section,
- Discontinuité de ligne neutre.

Dans ce chapitre, nous étudions le comportement d'une poutre présentant en premier lieu une discontinuité de section sans discontinuité de ligne neutre. Nous comparons la solution éléments finis massifs et la solution éléments finis poutres. Nous faisons ensuite la même étude dans le cas d'une discontinuité de ligne neutre.

Table des matières

1	Poutres alignées	2
1.1	Modèles	2
1.2	Sollicitation de traction	3
1.3	Sollicitation de flexion simple	7
1.4	Sollicitation de flexion pure	12
2	Poutres non alignées	16
2.1	Modèles	16
2.2	Sollicitation de traction	17
2.3	Sollicitation de flexion simple	21
2.4	Sollicitation de flexion pure	25
3	Conclusions	29



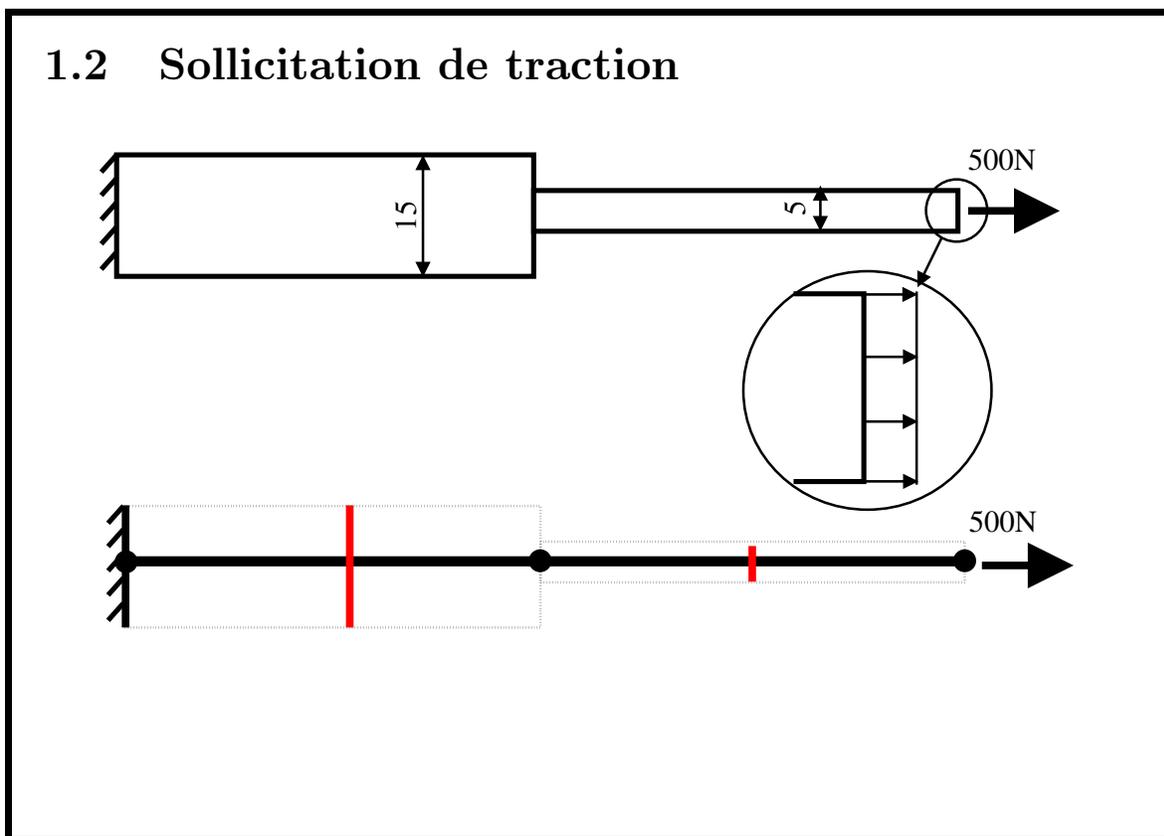
La structure étudiée est présentée sur la figure ci-dessus. Il s'agit d'une structure en forme de poutre qui présente une longueur totale de $200mm$ pour une épaisseur de section maximale de $15mm$. La poutre présente une discontinuité de section en son milieu. La section passe brutalement de 15 à $5mm$ sans discontinuité de la ligne moyenne.

La poutre est encastree à gauche et soumise successivement à droite à un effort ou un moment de manière à obtenir des sollicitations de type :

- traction pure,
- flexion simple,
- flexion pure.

Nous envisageons d'abord une modélisation massive de la poutre qui représente exactement la géométrie considérée. Dans cette modélisation, l'encastrement n'est pas réalisé en bloquant tous les déplacements de la section de gauche car une telle condition entraînerait l'apparition de singularités (voir le chapitre concernant les singularités). La condition imposée est le blocage du déplacement axial de tous les points de la section et du déplacement vertical du point central. Cette condition correspond exactement à un encastrement sous l'hypothèse de résistance des matériaux.

Dans la modélisation poutre, la structure représentée est la ligne moyenne. Les éléments situés à gauche du point de discontinuité ont des caractéristiques (section et inertie) qui correspondent à la section d'épaisseur $15mm$ et les éléments situés à droite ont les caractéristiques de la section d'épaisseur $5mm$.



On considère d'abord la sollicitation de traction pure. Un effort de traction de $500N$ est appliqué sur la section de droite.

Dans la modélisation massive cet effort est la résultante d'une répartition constante d'efforts normaux linéiques de $100N/mm$ appliquée sur les $5mm$ de hauteur de la section.

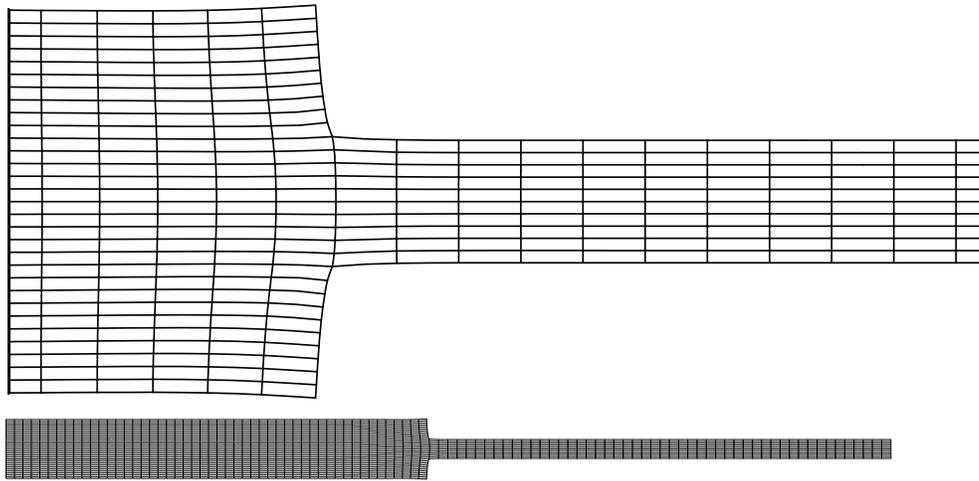
Le maillage utilisé dans la modélisation massive, est constitué d'éléments quadrangulaires à huit noeuds (approximation quadratique du déplacement). Il est assez fin de manière à bien représenter les effets dus à la discontinuité. Ce maillage contient 2000 éléments (voir figure suivante) et 6261 noeuds, soit 12522 degrés de liberté.

Le maillage poutre ne contient qu'un seul élément de chaque côté de la discontinuité. Pour cette sollicitation, la solution analytique poutre est linéaire en déplacement axial comme l'approximation EF. Il n'est donc pas nécessaire d'utiliser plus d'éléments. Il n'est pas possible d'en utiliser moins à cause de la discontinuité qui ne peut être représentée au sein d'un seul élément.

La figure suivante présente la déformée de la structure massive (amplification $\times 340$). On constate sur le zoom les effets dus à la discontinuité.

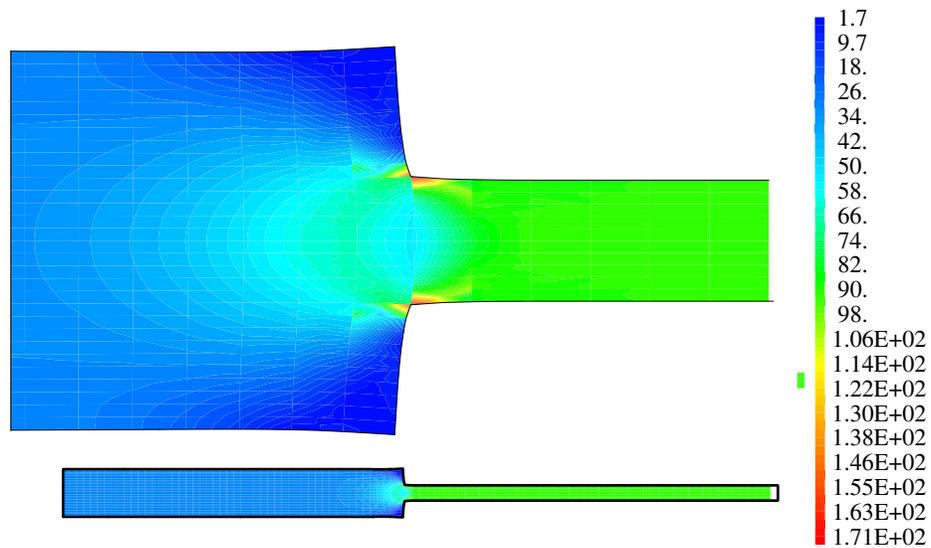
La figure d'après présente les isovaleurs de la contrainte équivalente de Von Mises sur la structure complète et sur un zoom autour de la discontinuité. La répartition des contraintes est constante (état de traction pure) dans chacune des deux poutres et est seulement perturbée très près de la discontinuité.

1.2.1 Déformée

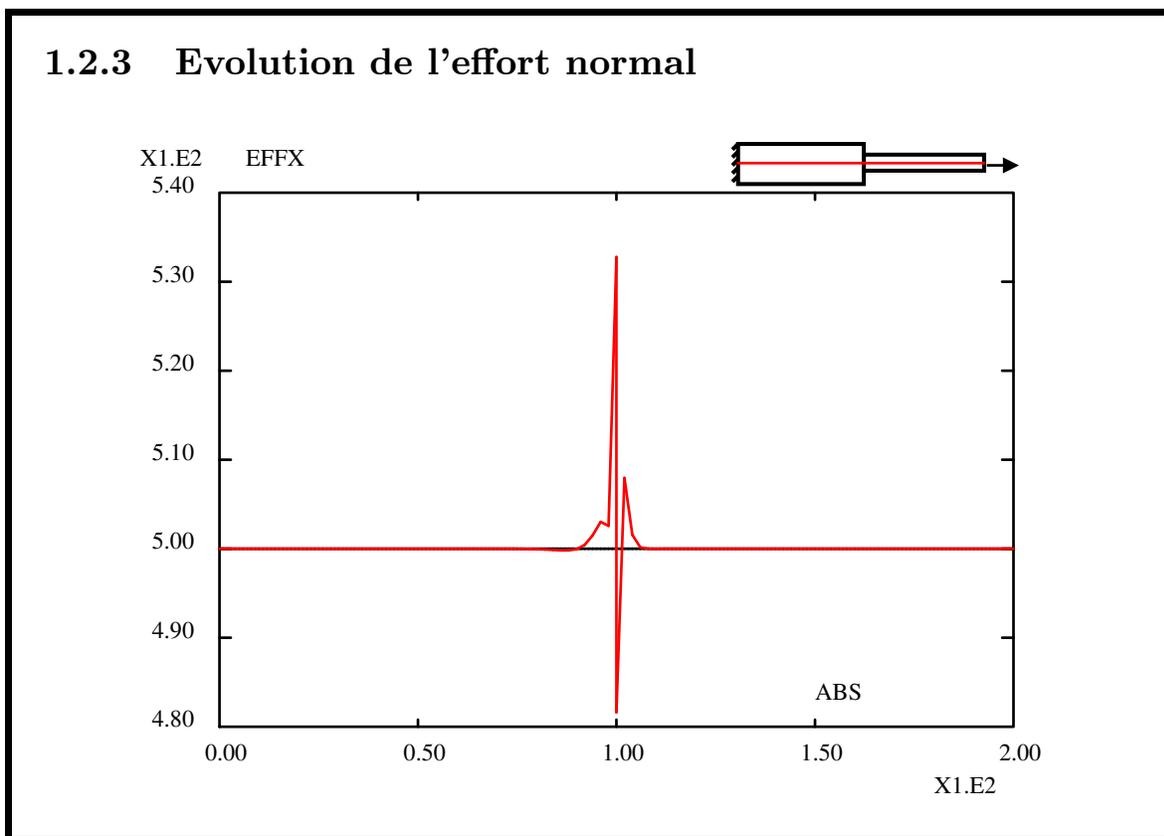


Amplification $\times 340$

1.2.2 Contrainte



Contrainte équivalente de Von Mises (MPa)



La figure ci-dessus présente l'évolution de l'effort normal le long de la ligne moyenne. C'est la seule composante du torseur des efforts intérieurs qui est non nulle.

On constate que les perturbations de la répartition d'effort normal constatées sur la solution massive sont relativement localisées dans une zone de 20mm de part et d'autre de la discontinuité.

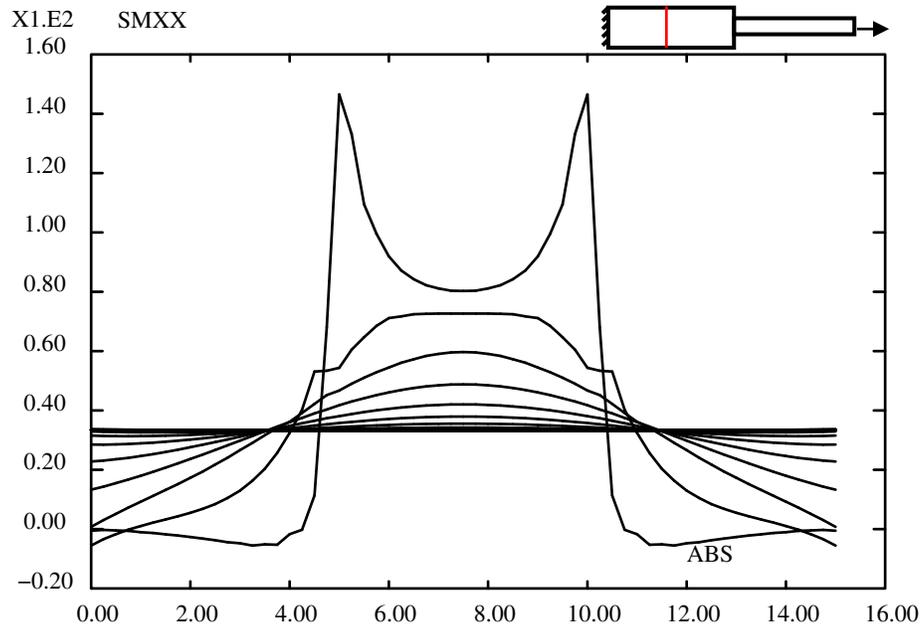
Pour la solution massive, cet effort est calculé par intégration dans l'épaisseur de la contrainte σ_{xx} . Ces répartitions de contraintes sont tracées pour les deux tronçons (barre un et barre deux) sur les deux figures suivantes.

Les sections utilisées pour le tracé sont situées tous les 2mm . On constate des surcontraintes importantes dans la solution massive.

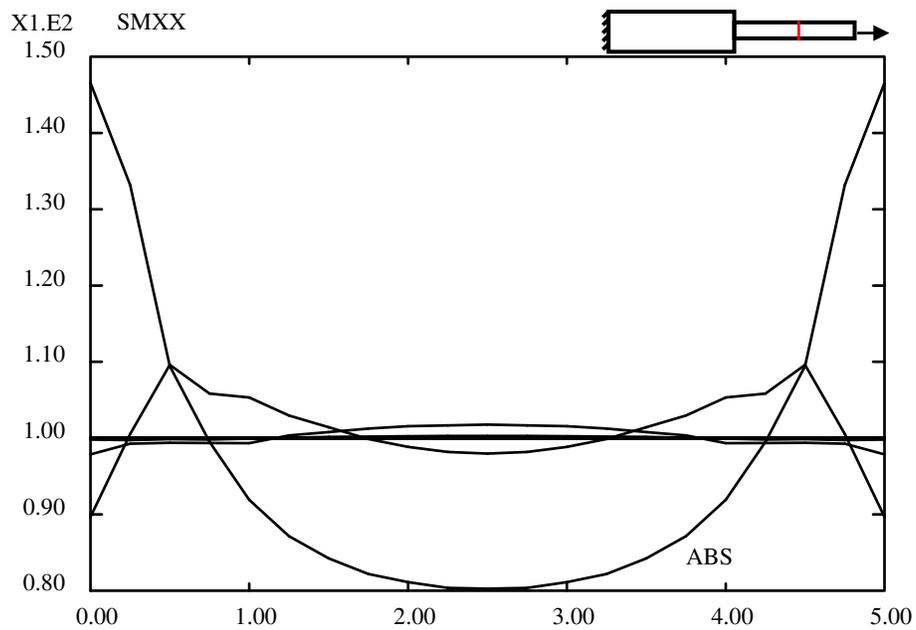
Il ne faut pas attacher trop d'importance au maximum des contraintes qui est lié à la singularité due au raccord entre les deux poutres (voir le chapitre sur les singularités).

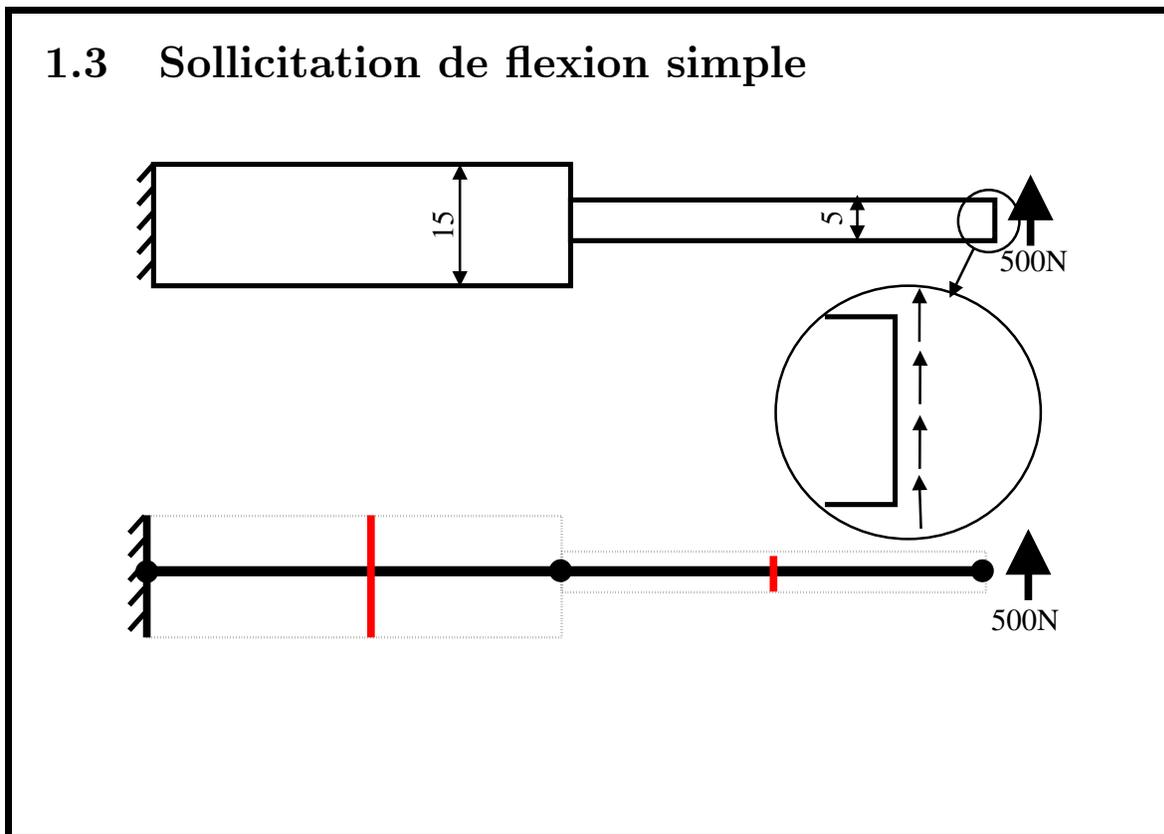
Les effets de la discontinuité se propagent assez loin dans la partie gauche mais sont relativement limités dans la partie droite.

1.2.4 Répartition de la contrainte dans la barre 1



1.2.5 Répartition de la contrainte dans la barre 2





On considère maintenant la sollicitation de flexion simple. Un effort tranchant de $500N$ est appliqué sur la section de droite.

Dans la modélisation massive, cet effort est la résultante d'une répartition constante d'efforts tangentiels linéiques de $100N/mm$ appliquée sur les $5mm$ de hauteur de la section.

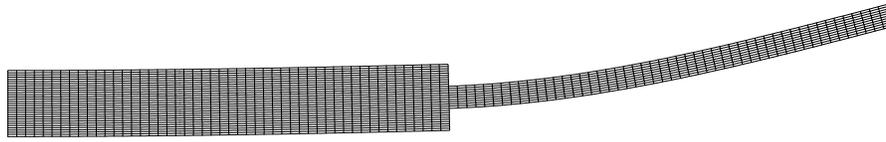
Le maillage utilisé dans la modélisation massive est le même que celui utilisé pour la sollicitation de traction pure.

Le maillage poutre ne contient qu'un seul élément de chaque côté de la discontinuité. Pour cette sollicitation, la solution analytique poutre est cubique en déplacement vertical comme l'approximation EF. Il n'est, là encore, pas nécessaire d'utiliser plus d'éléments.

La figure suivante présente la déformée de la structure massive (amplification $\times 0.22$). On constate sur le zoom les effets dus à la discontinuité.

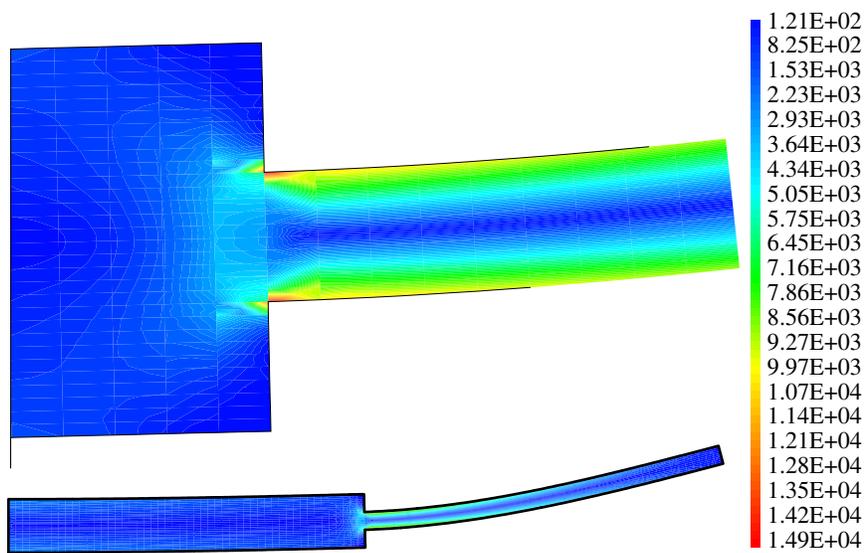
La figure d'après présente les isovaleurs de la contrainte équivalente de Von Mises sur la structure complète et sur un zoom autour de la discontinuité. La répartition des contraintes est linéaire dans l'épaisseur (moment fléchissant dans cet état de flexion simple) dans chacune des deux poutres et est seulement perturbée très près de la discontinuité.

1.3.1 Déformée

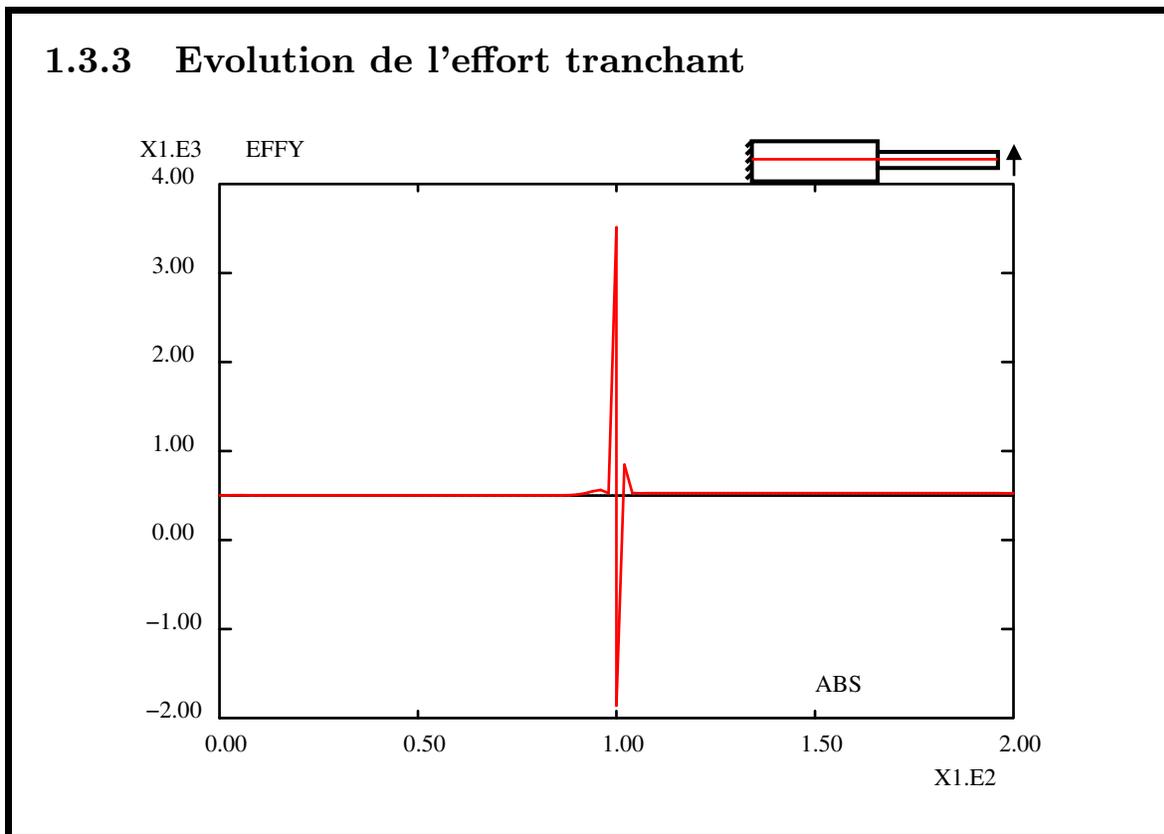


Amplification $\times 0.22$

1.3.2 Contrainte



Contrainte équivalente de Von Mises (MPa)

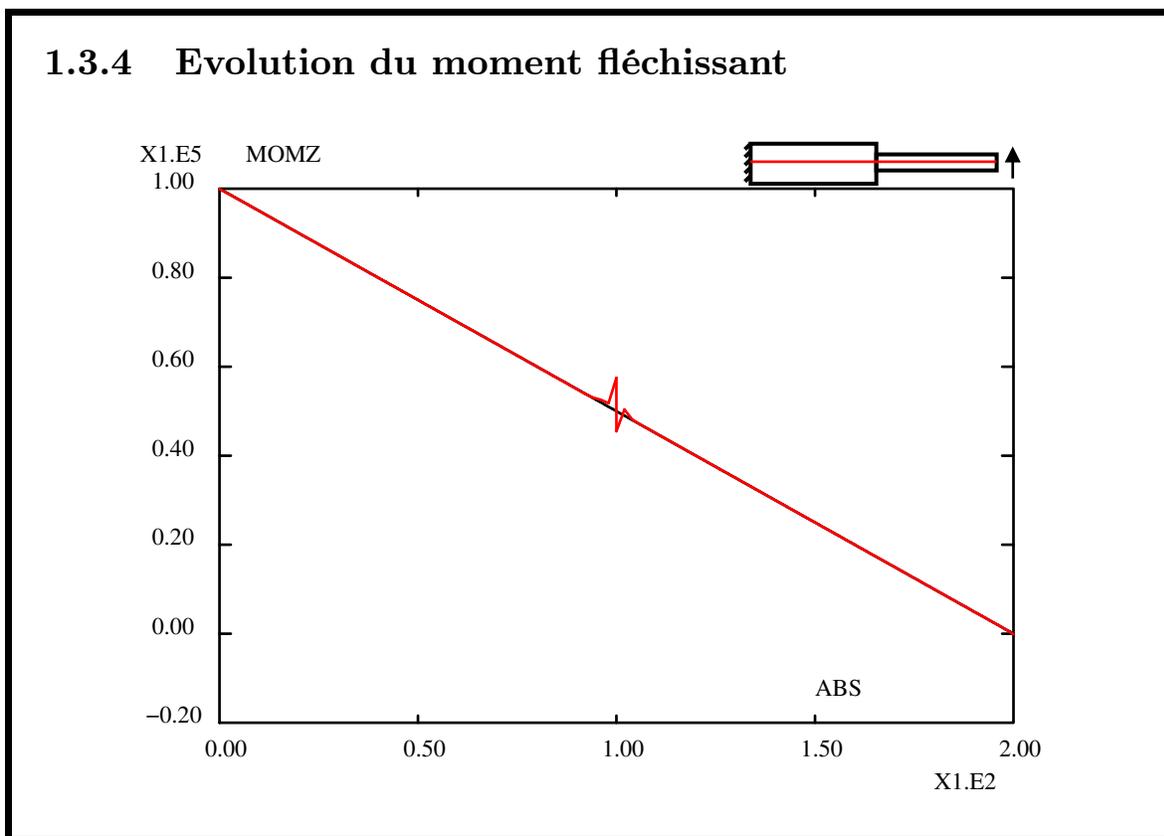


La figure ci-dessus présente l'évolution de l'effort tranchant le long de la ligne moyenne. L'effort normal est nul sous cette sollicitation. L'effort tranchant de la solution poutre est constant et égal à l'effort appliqué à droite.

On constate que les perturbations de la répartition d'effort constatés sur la solution massive sont très localisées dans une zone de part et d'autre de la discontinuité.

Pour la solution massive, cet effort est calculé par intégration dans l'épaisseur de la contrainte σ_{xy} .

Les maxima de la répartition qui sont observés sont là encore dus aux singularités à la jonction des deux poutres qui génèrent des valeurs très grandes des contraintes σ_{xy} près des points anguleux.



La figure ci-dessus présente l'évolution du moment fléchissant le long de la ligne moyenne. On retrouve la solution classique d'un moment fléchissant nul à droite et évoluant linéairement le long de la poutre.

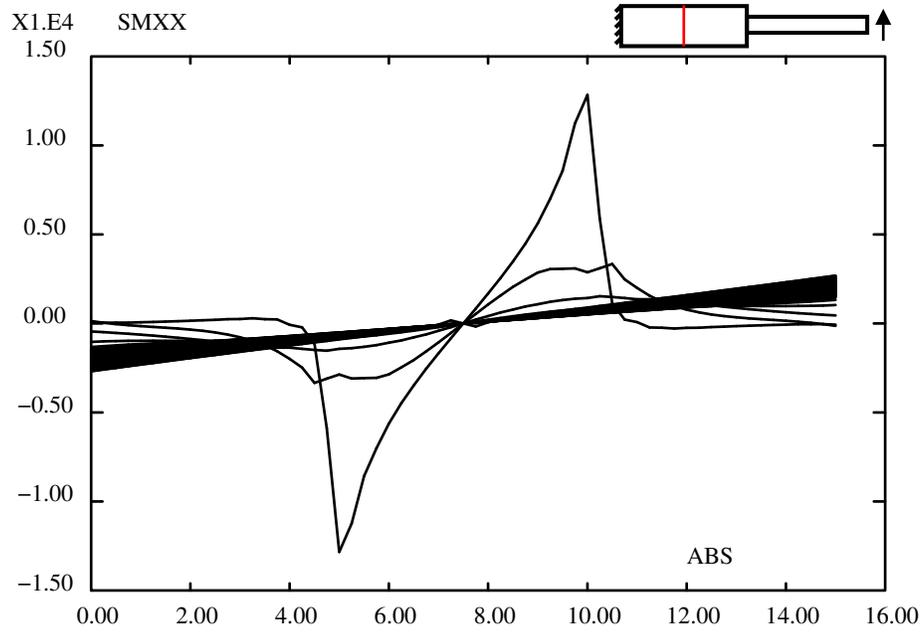
On constate que les perturbations de la répartition de moment constatés sur la solution massive sont extrêmement localisées dans une zone de part et d'autre de la discontinuité.

Pour la solution massive, ce moment est calculé par intégration dans l'épaisseur de la quantité $y \cdot \sigma_{xx}$. Les répartitions de la contrainte normale sont tracées pour les deux tronçons (barre un et barre deux) sur les deux figures suivantes.

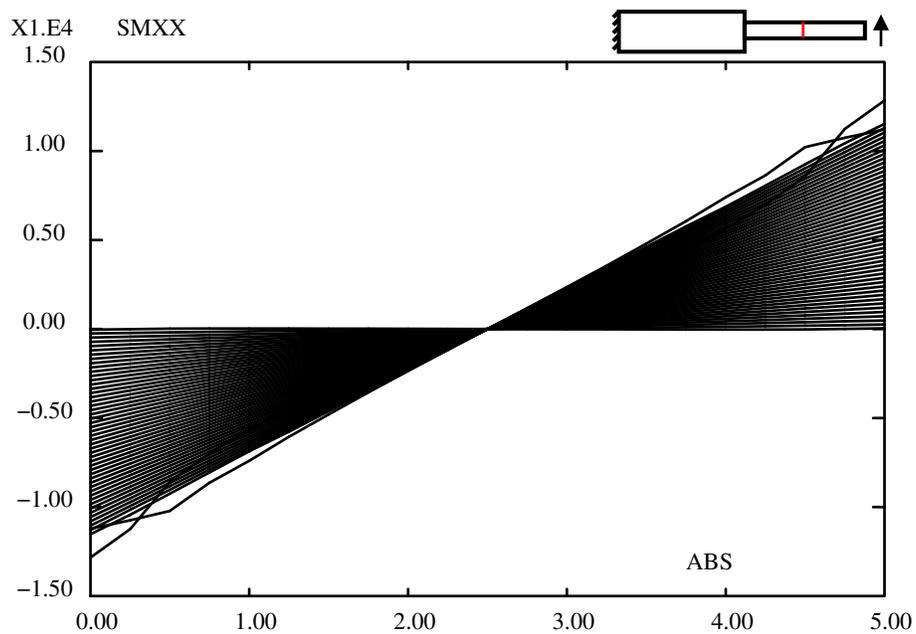
Les sections utilisées pour le tracé sont situées tous les $2mm$. On constate des surcontraintes importantes dans la solution massive.

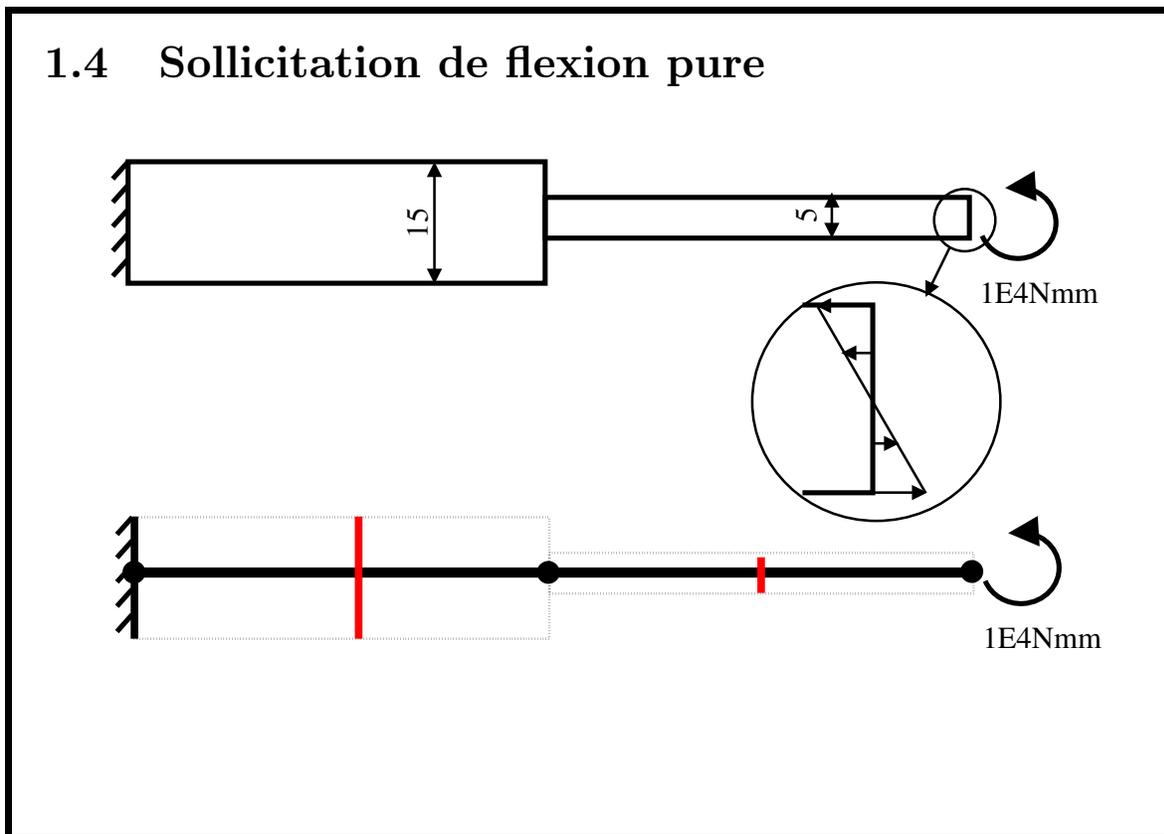
Les effets de la discontinuité sont très localisés autour de la discontinuité et sont quasiment uniquement dus aux singularités.

1.3.5 Répartition de la contrainte dans la barre 1



1.3.6 Répartition de la contrainte dans la barre 2





On considère maintenant la sollicitation de flexion pure. Un moment fléchissant de 1000Nmm est appliqué sur la section de droite.

Dans la modélisation massive, ce moment est le couple résultant d'une répartition linéaire d'efforts normaux appliquée sur les 5mm de hauteur de la section.

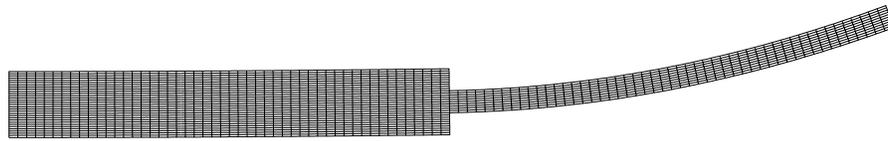
Le maillage utilisé dans la modélisation massive est le même que celui utilisé pour la sollicitation de traction pure.

Le maillage poutre ne contient toujours qu'un seul élément de chaque côté de la discontinuité. Pour cette sollicitation, la solution analytique poutre est quadratique en déplacement vertical alors que l'approximation EF est cubique. Il n'est là encore pas nécessaire d'utiliser plus d'éléments.

La figure suivante présente la déformée de la structure massive (amplification $\times 0.84$). On constate sur le zoom les effets dus à la discontinuité.

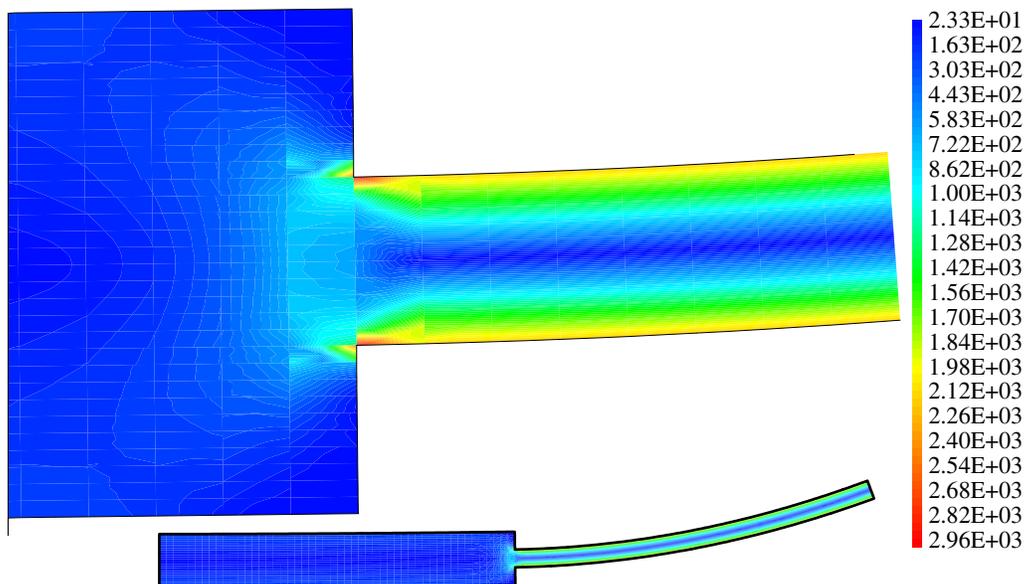
La figure suivante présente les isovaleurs de la contrainte équivalente de Von Mises sur la structure complète et sur un zoom autour de la discontinuité. La répartition des contraintes est linéaire dans l'épaisseur (moment fléchissant dans cet état de flexion simple) dans chacune des deux poutres et est seulement perturbée près de la discontinuité.

1.4.1 Déformée

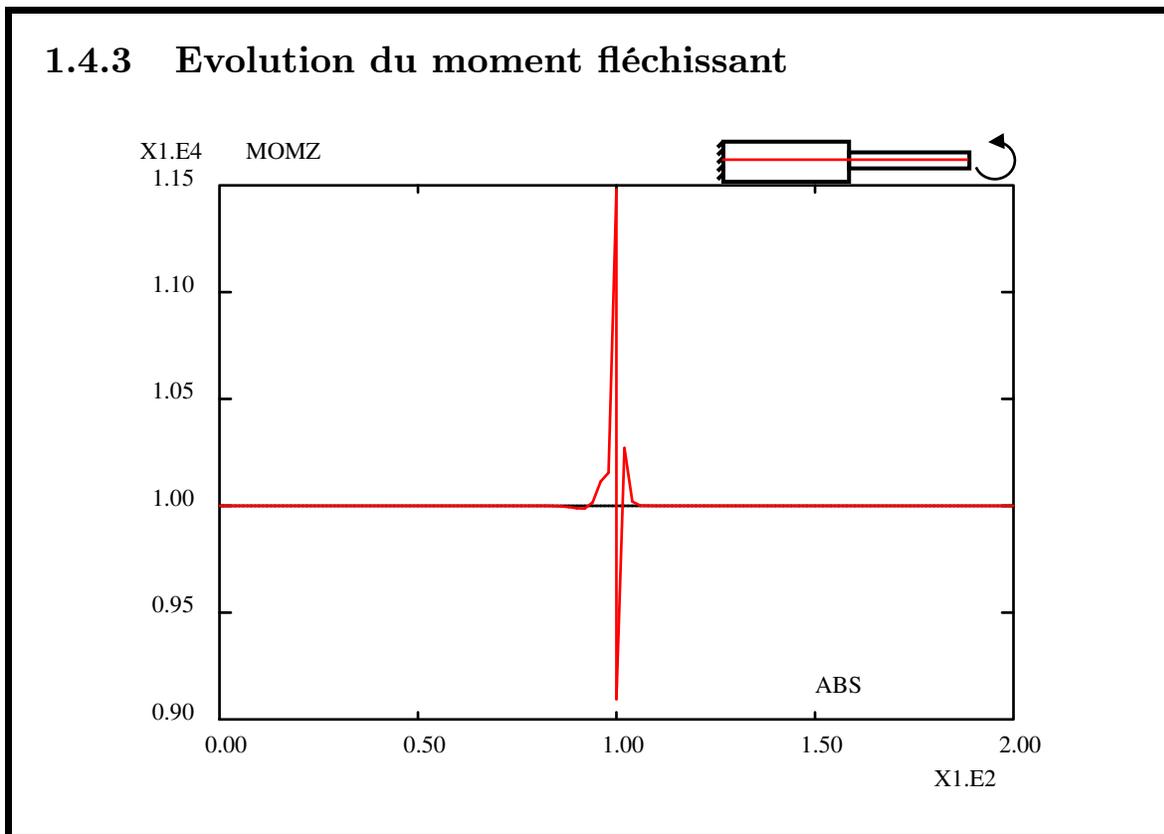


Amplification $\times 0.84$

1.4.2 Contrainte



Contrainte équivalente de Von Mises (MPa)



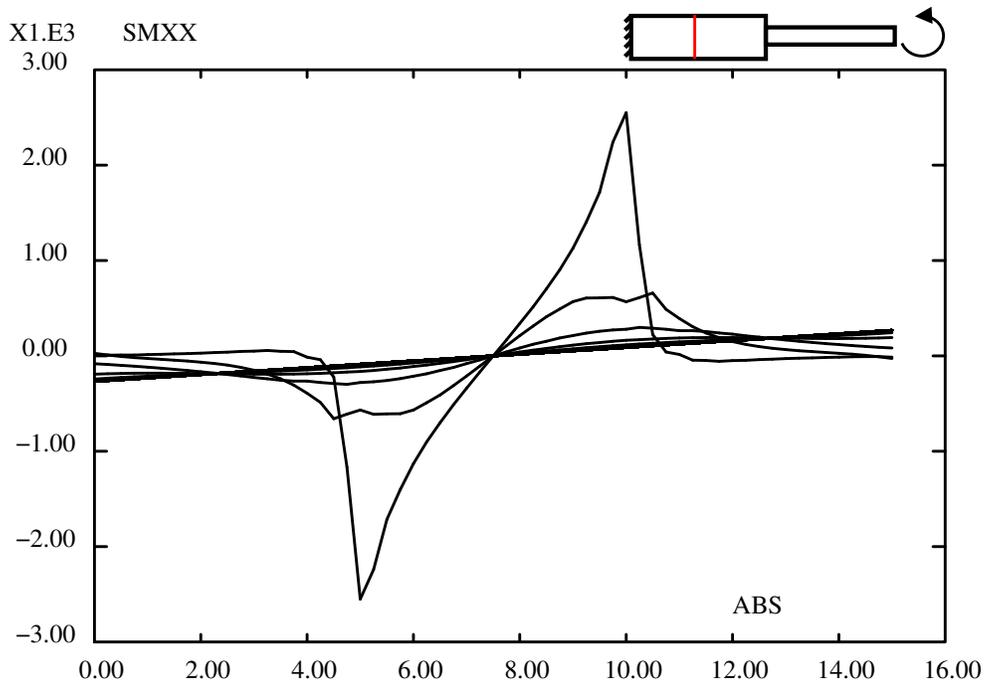
La figure ci-dessus présente l'évolution du moment fléchissant le long de la ligne moyenne. On retrouve la solution classique d'un moment fléchissant constant dans la poutre. Les autres composantes du tenseur des efforts intérieurs sont nulles dans ce cas.

On constate que les perturbations de la répartition de moment constatés sur la solution massive sont extrêmement localisées dans une zone d'une vingtaine de millimètres de part et d'autre de la discontinuité.

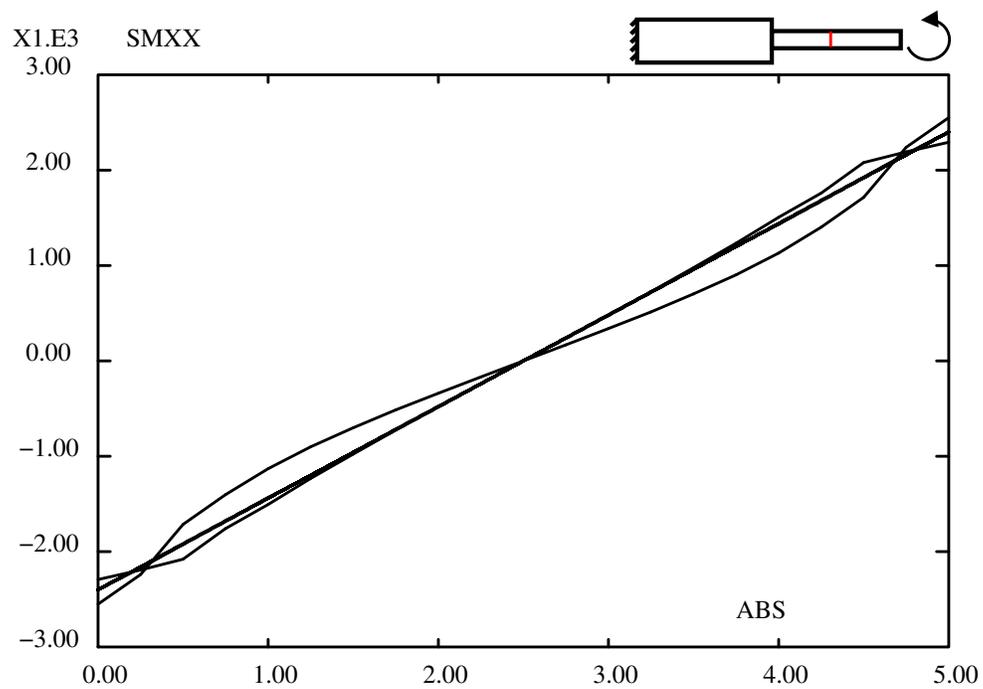
Pour la solution massive, ce moment est calculé par intégration dans l'épaisseur de la quantité $y \cdot \sigma_{xx}$. Les répartitions de la contrainte normale sont tracées pour les deux tronçons (barre un et barre deux) sur les deux figures suivantes.

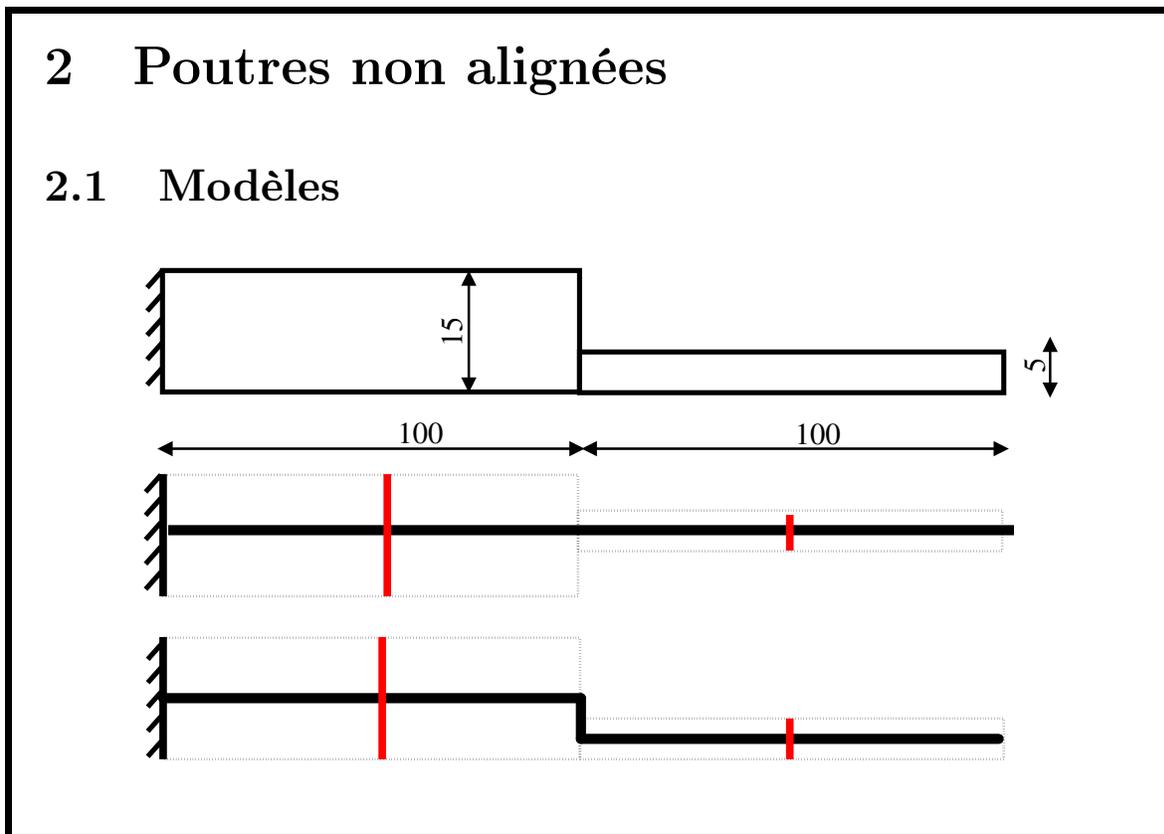
Les sections utilisées pour le tracé sont situées tous les $2mm$. On constate des surcontraintes importantes dans la solution massive. Ces effets sont constatés sur la partie gauche alors qu'il sont très faibles sur la partie droite.

1.4.4 Répartition de la contrainte dans la barre 1



1.4.5 Répartition de la contrainte dans la barre 2





On s'intéresse maintenant au cas de discontinuité de la ligne moyenne.

La structure étudiée est présentée sur la figure ci-dessus. Il s'agit d'une structure en forme de poutre qui présente une longueur totale de 200mm pour une épaisseur de section maximale de 15mm . La poutre présente une discontinuité de section et de ligne moyenne en son milieu. La section passe brutalement de 15 à 5mm et il y a un décalage de 5mm sur les lignes moyennes.

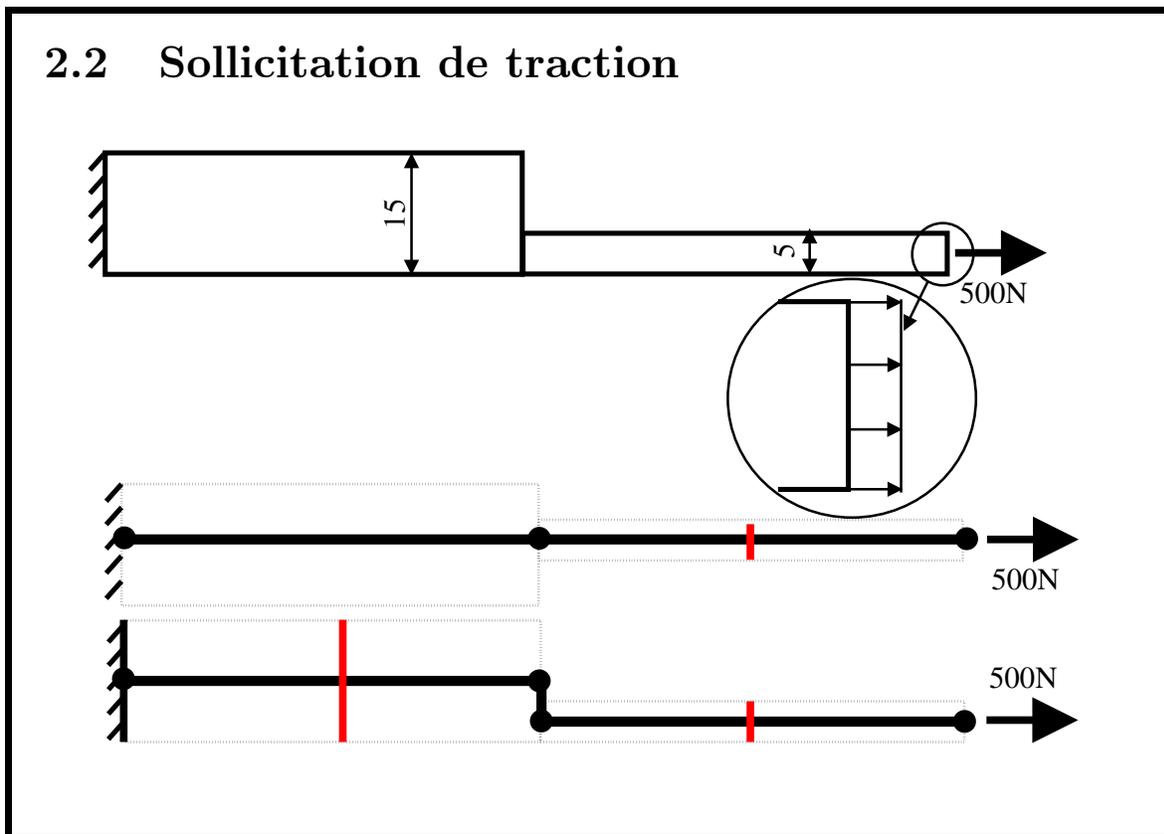
On envisage les trois mêmes sollicitations que pour le cas précédent.

Pour la modélisation massive, les conditions d'encastrement sont réalisées comme sur le modèle précédent.

Nous considérons deux modélisations poutres. Dans ces deux modélisations, les éléments situés à gauche du point de discontinuité ont des caractéristiques (section et inertie) qui correspondent à la section d'épaisseur 15mm et les éléments situés à droite ont les caractéristiques de la section d'épaisseur 5mm .

Pour la première modélisation poutre, on ne modélise pas la discontinuité de ligne neutre. Pour la deuxième, la discontinuité est modélisée par l'ajout d'un élément rigide vertical qui rejoint les deux lignes moyennes discontinues.

Dans la suite, on ne met l'accent que sur les phénomènes liés à la discontinuité de ligne moyenne. Les phénomènes liés à la discontinuité de section sont les mêmes que dans la partie précédente.

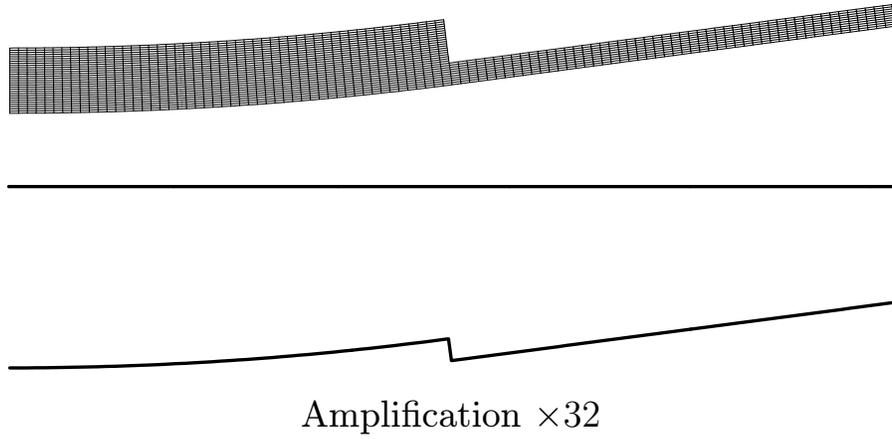


On étudie d'abord le cas de la traction pure.

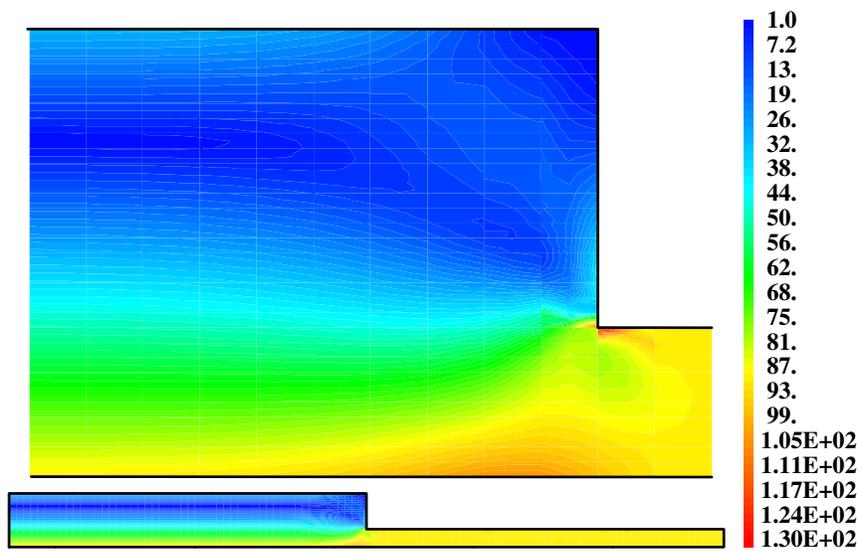
La présence de la discontinuité de ligne moyenne entraîne une non symétrie du chargement sur la poutre de gauche, ce qui génère de la flexion. Ce phénomène n'est forcément pas constaté dans le modèle poutre qui ne contient pas de discontinuité de ligne neutre.

Cette flexion se traduit par une apparition d'un moment fléchissant dans la poutre de gauche qui est très bien représenté par la solution massive et par la solution poutre avec discontinuité de ligne neutre.

2.2.1 Déformée

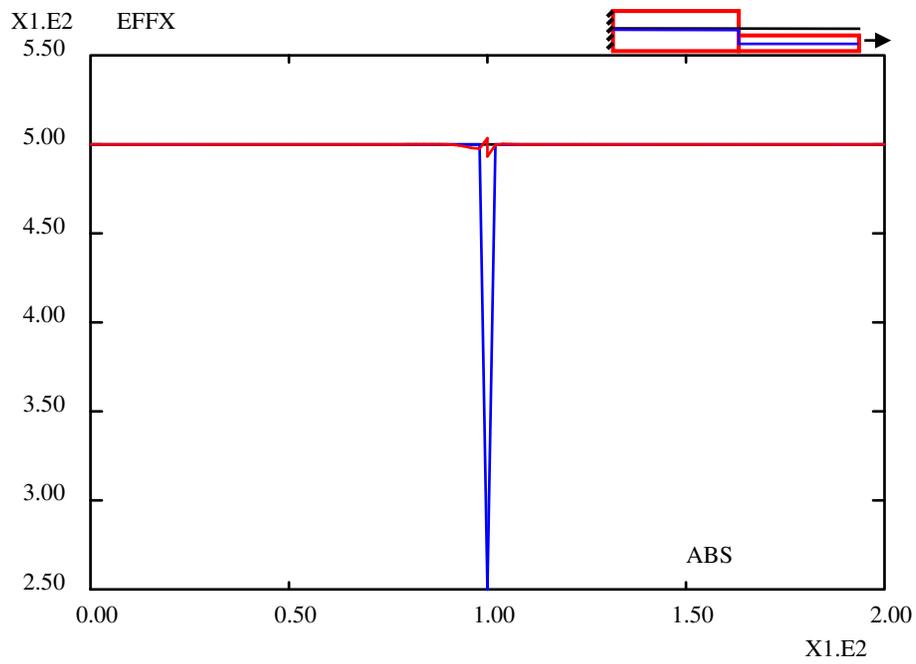


2.2.2 Contrainte

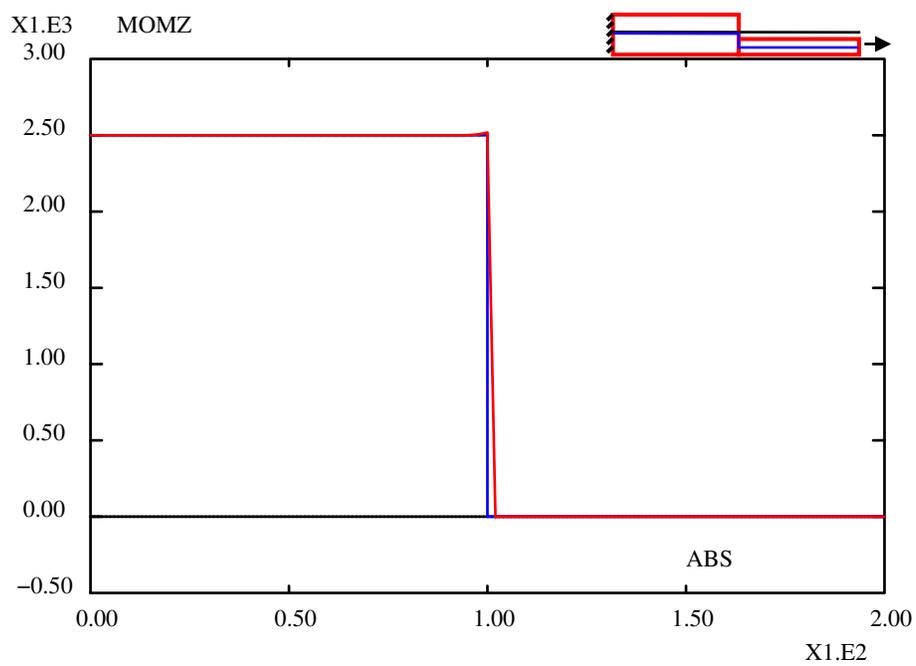


Contrainte équivalente de Von Mises (MPa)

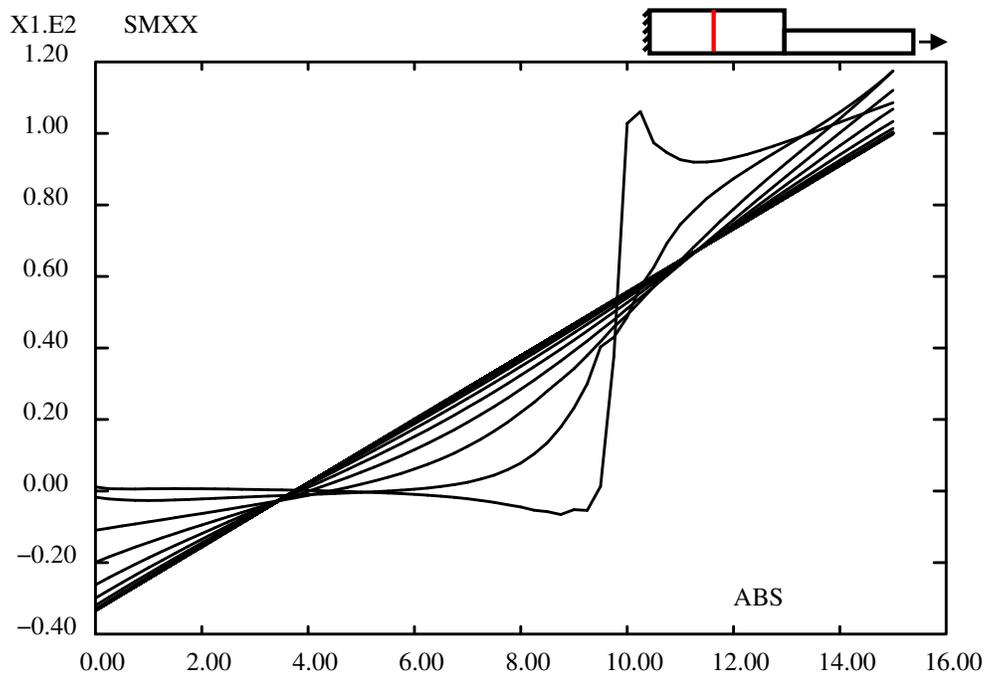
2.2.3 Evolution de l'effort normal



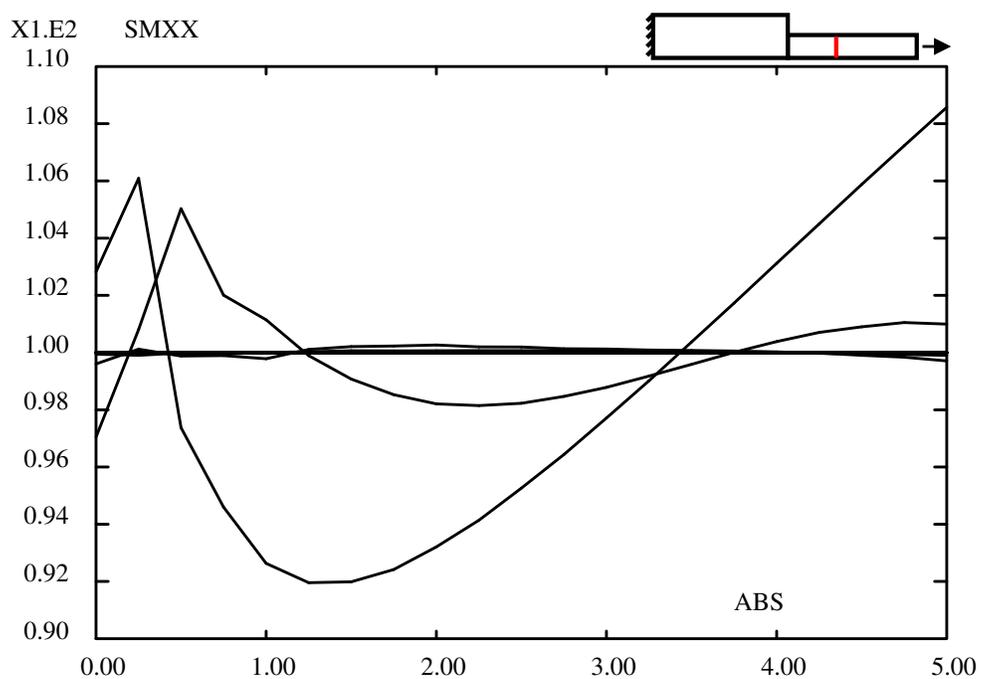
2.2.4 Evolution du moment fléchissant

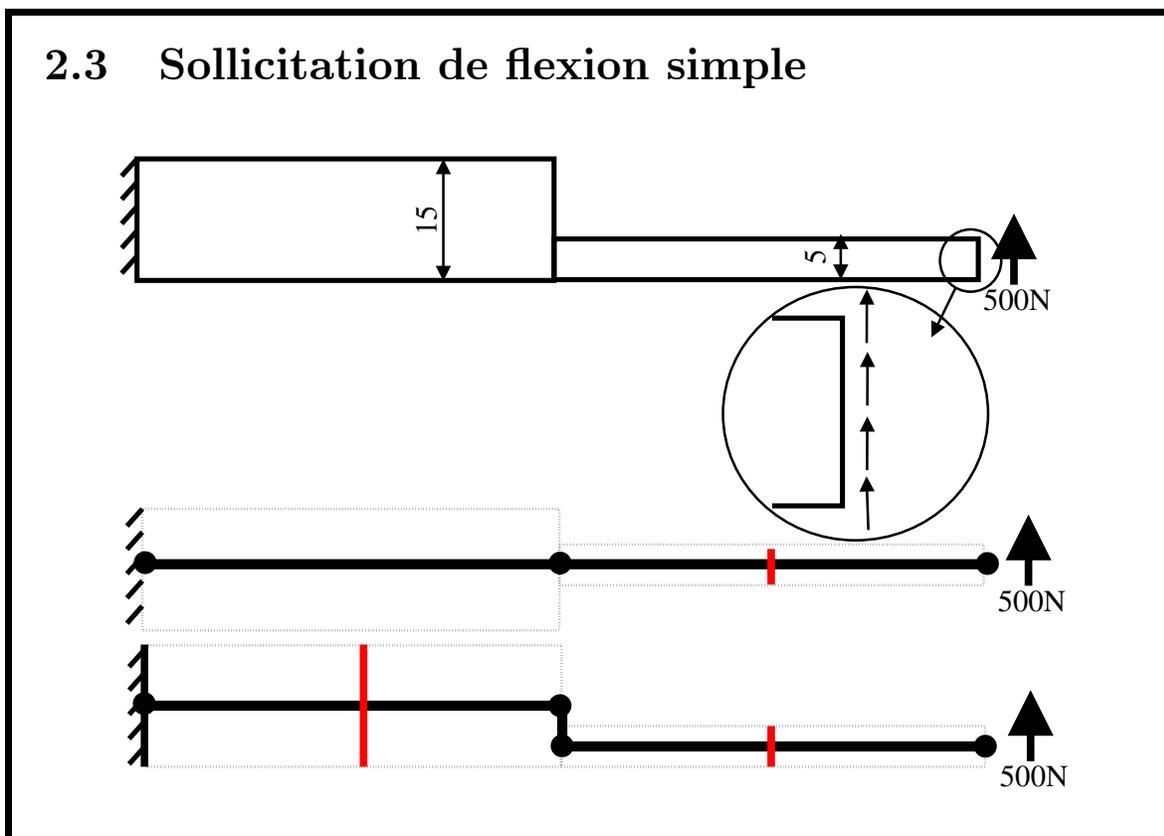


2.2.5 Répartition de la contrainte dans la barre 1



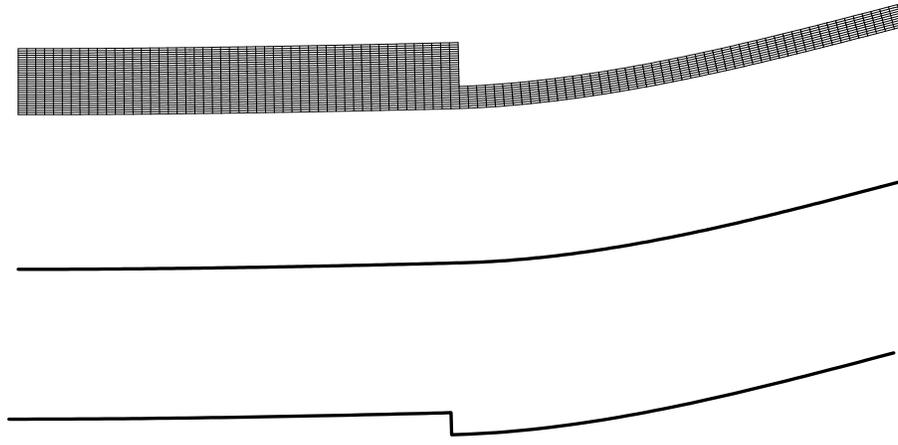
2.2.6 Répartition de la contrainte dans la barre 2





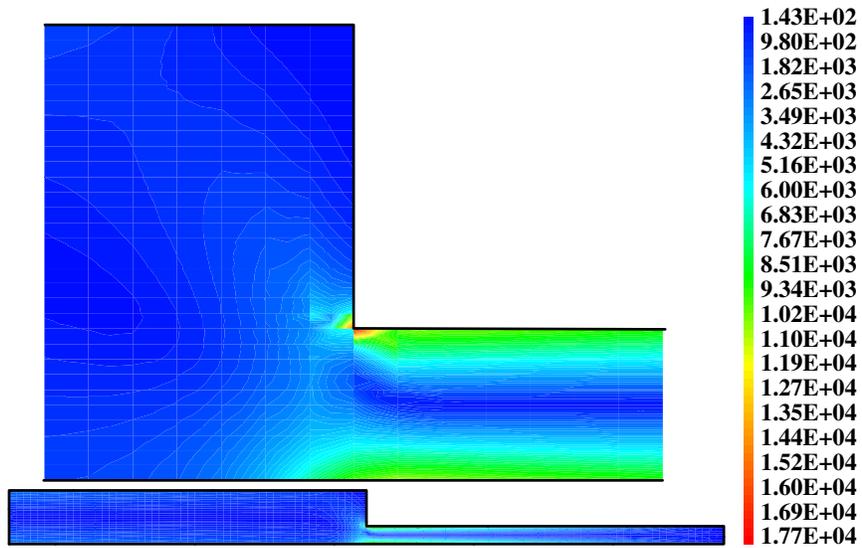
Dans le cas de la flexion simple, il n'y a aucun effet constaté dû à la discontinuité de ligne moyenne.

2.3.1 Déformée



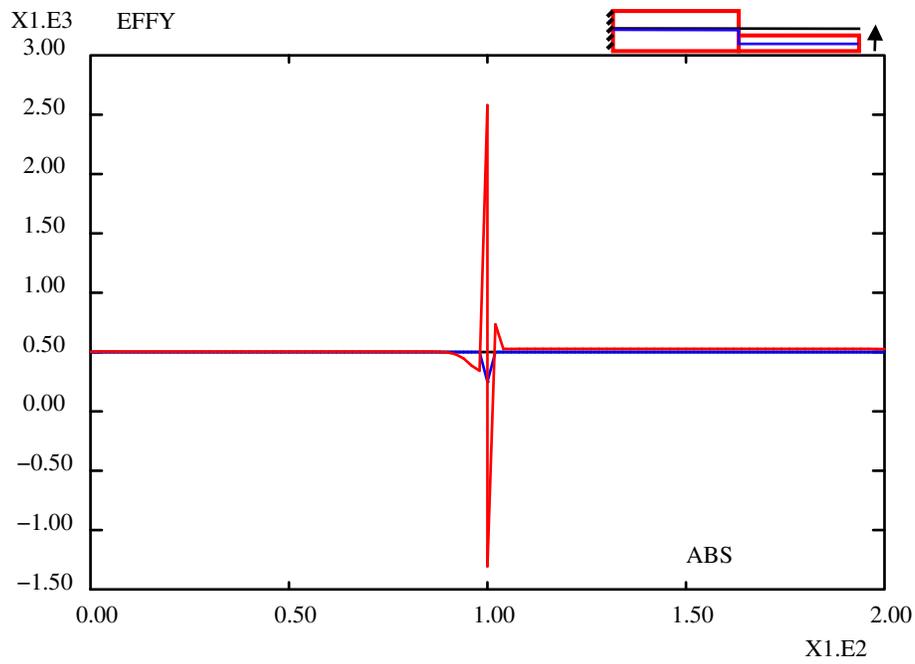
Amplification $\times 0.22$

2.3.2 Contrainte

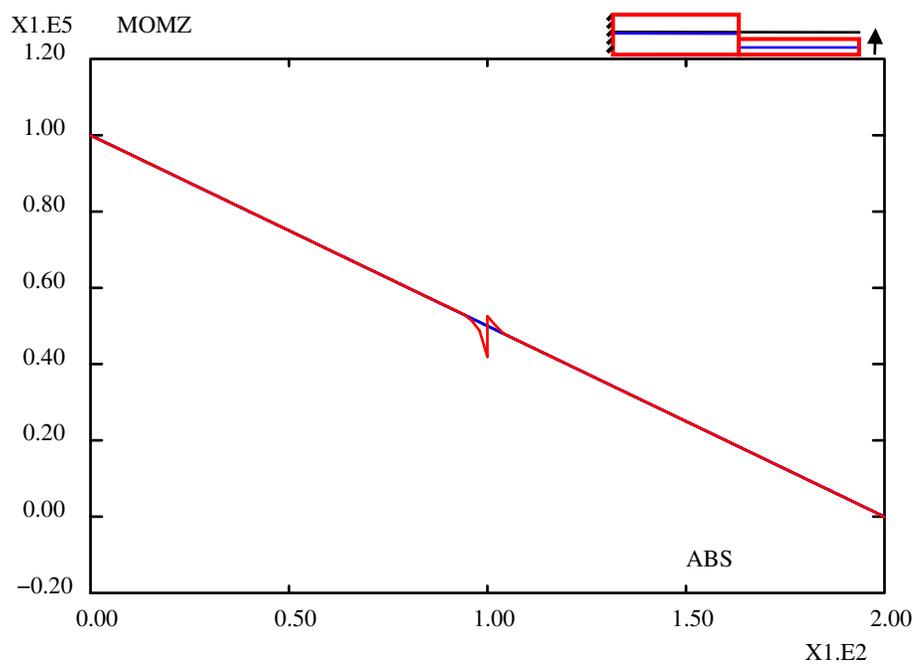


Contrainte équivalente de Von Mises (MPa)

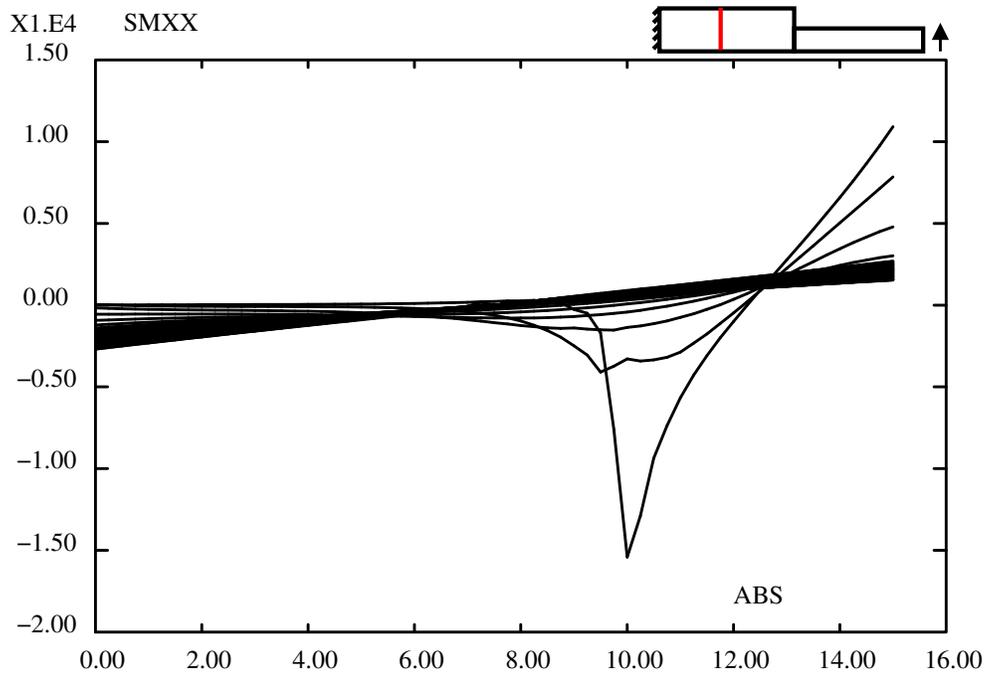
2.3.3 Evolution de l'effort tranchant



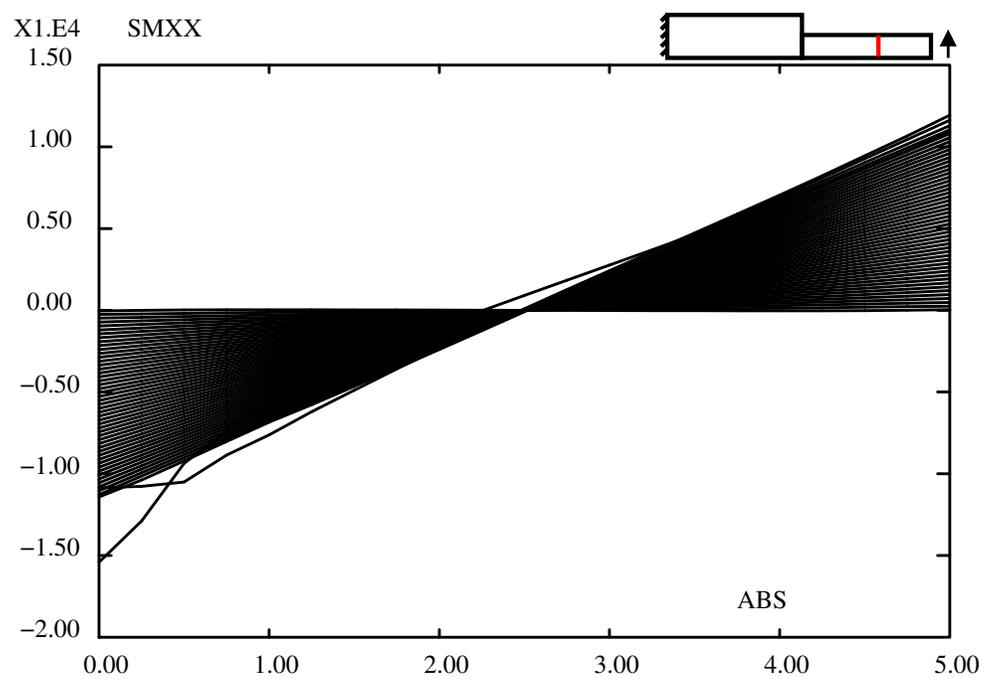
2.3.4 Evolution du moment fléchissant

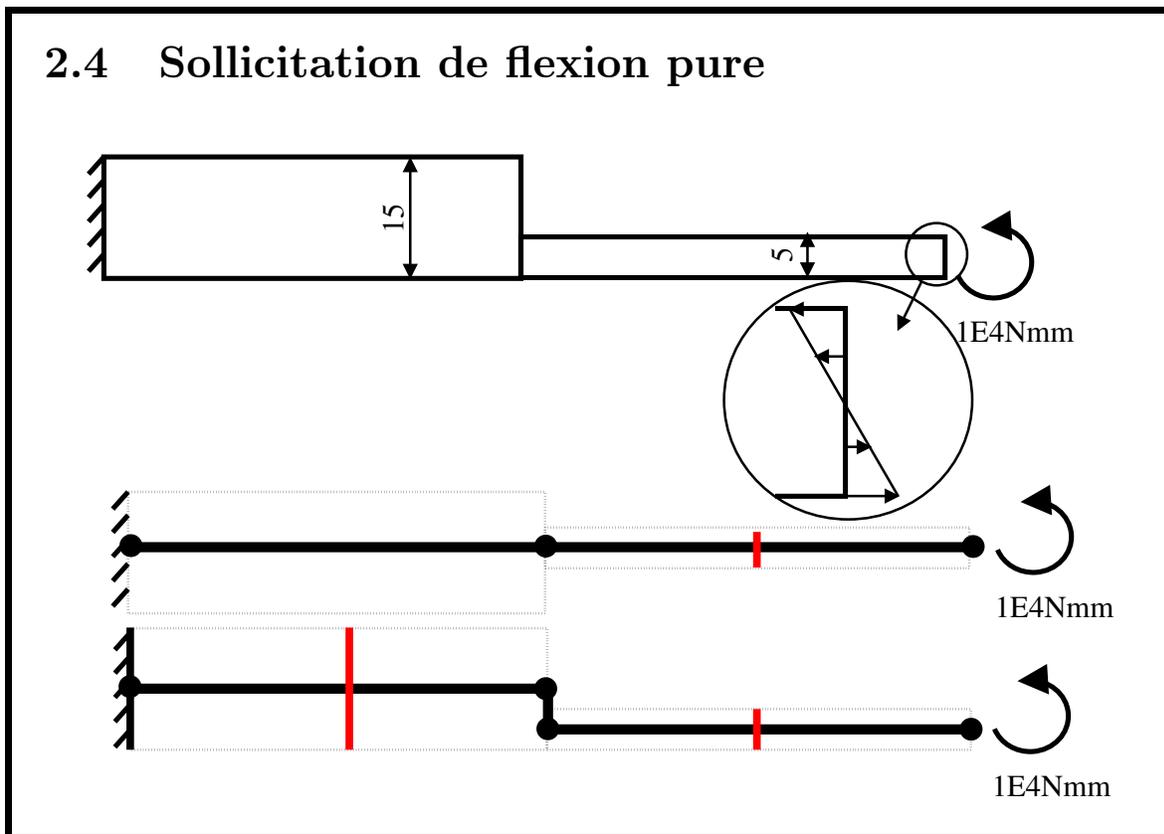


2.3.5 Répartition de la contrainte dans la barre 1



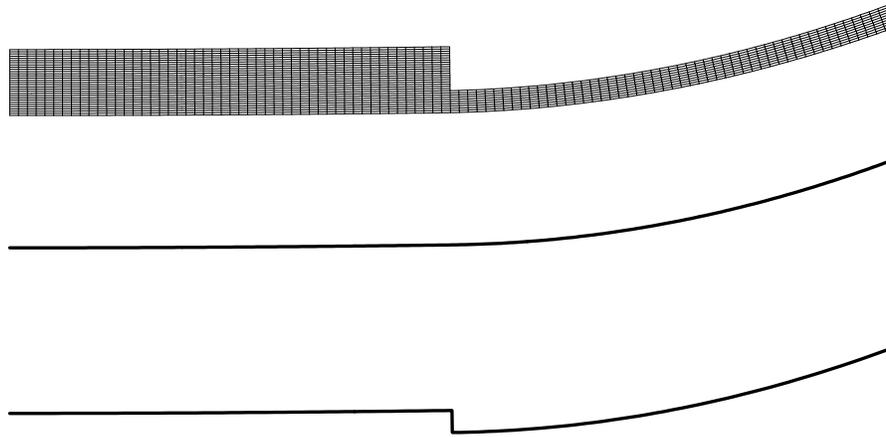
2.3.6 Répartition de la contrainte dans la barre 2





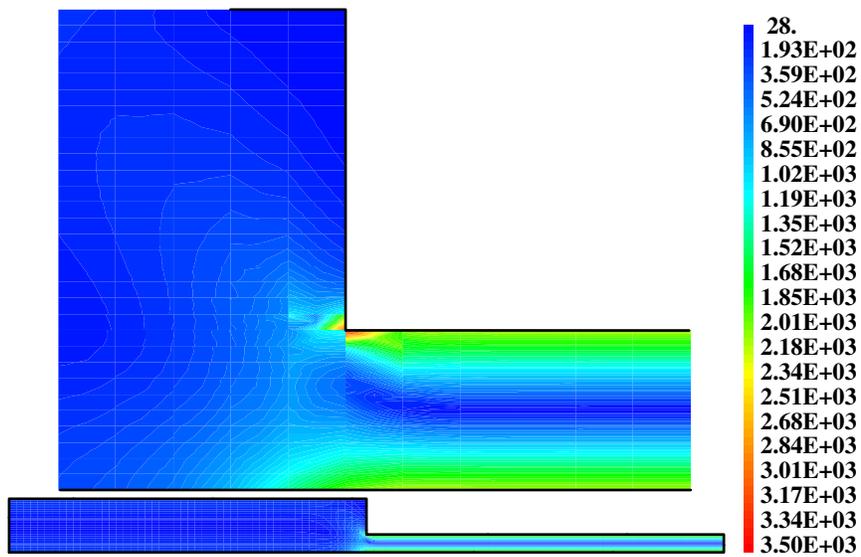
Sur la sollicitation de flexion pure, il n'y a pas non plus d'effet dû à la discontinuité de ligne moyenne.

2.4.1 Déformée



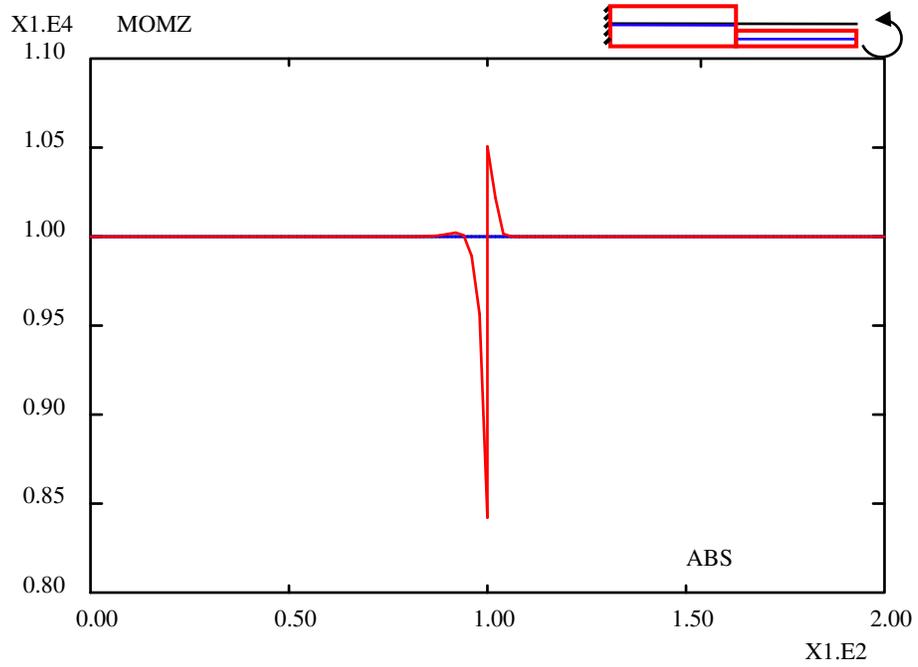
Amplification $\times 0.83$

2.4.2 Contrainte

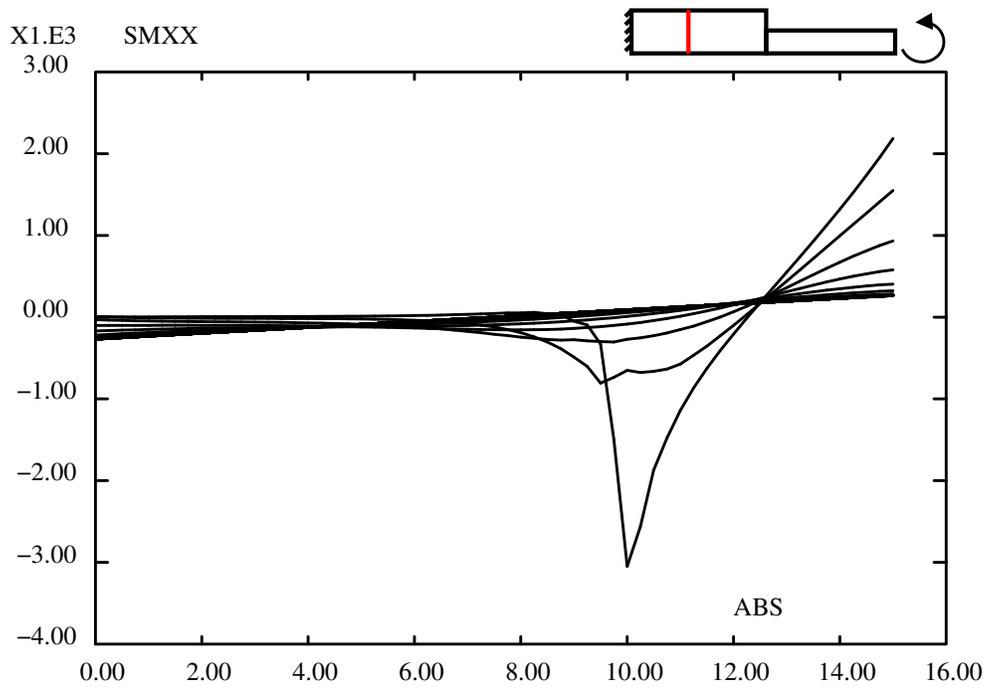


Contrainte équivalente de Von Mises (MPa)

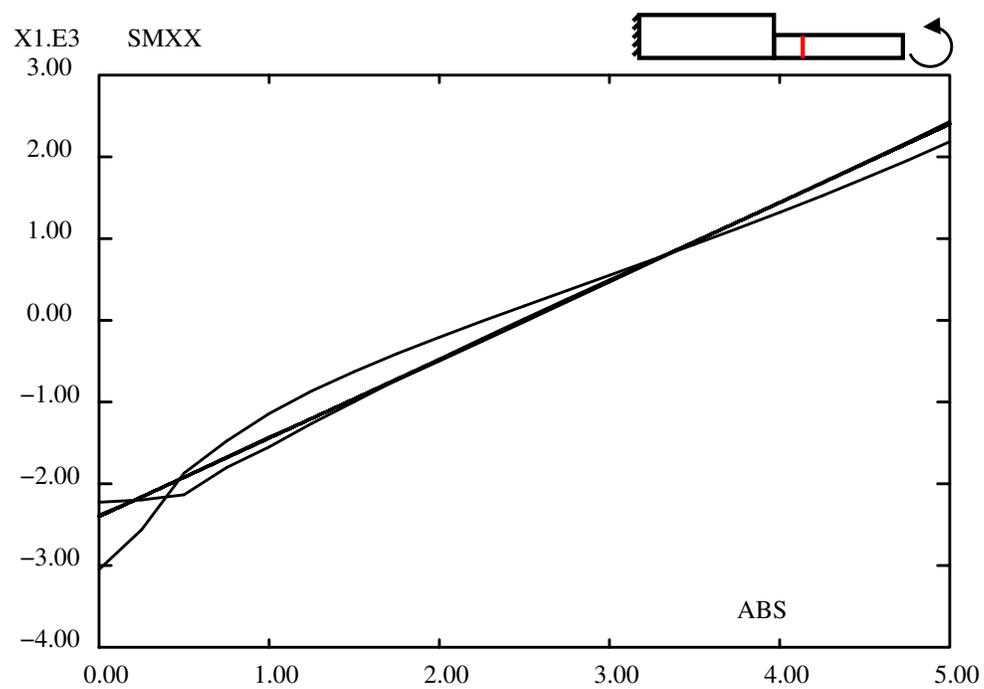
2.4.3 Évolution du moment fléchissant



2.4.4 Répartition de la contrainte dans la barre 1



2.4.5 Répartition de la contrainte dans la barre 2



3 Conclusions

- Discontinuité de section :
 - perturbations très localisées près de la zone de discontinuité.
 - très bonne représentation de la solution poutre, même avec très peu d'éléments.
- Discontinuité de ligne neutre :
 - problème avec les efforts axiaux : génération d'une flexion parasite non négligeable.
 - très bonne représentation de la solution poutre, même avec très peu d'éléments.