

ENERGETIQUE

Adaptation

Campus de Cluny

1. Thermodynamique

- 1.1. Objet de la thermodynamique
- 1.2. Différents types de systèmes
- 1.3. Etat d'un système
- 1.4. Grandeurs intensives et extensives
- 1.5. Premier principe de la thermodynamique
- 1.6. Système incompressible

2. Thermique

- 2.1. Introduction
- 2.2. Transfert thermique
- 2.3. Température - Champ de température - Gradient de température
- 2.4. Chaleur - Flux thermique - Densité de flux thermique
- 2.5. Bilan d'énergie

3. Modes de transfert thermique

- 3.1. Conduction
- 3.2. Convection
- 3.3. Rayonnement

4. Analogie électrique du transfert thermique

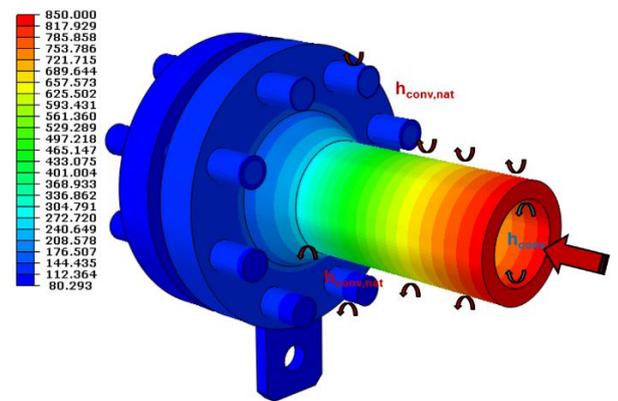
- 4.1. Conduction à travers une paroi plane homogène
- 4.2. Grandeurs équivalentes
- 4.3. Coefficient d'isolation thermique
- 4.4. Coefficient d'échange thermique global d'une paroi

5. Opérateur gradient

- 5.1. Points de vue physique et mathématique
- 5.2. Taux de variation d'une fonction
- 5.3. Champ d'une grandeur physique
- 5.4. Définition de l'opérateur gradient
- 5.5. Expression de l'opérateur gradient dans différents repères
- 5.6. Propriétés de l'opérateur gradient
- 5.7. Exemple d'utilisation : loi de Fourier

6. Conventions de signe

- 6.1. Convention de la thermodynamique
- 6.2. Convention récepteur pour les résistances thermiques



Compétences

- Maîtriser les définitions et unités de : **chaleur, flux thermique, densité de flux thermique**
- Savoir ce qu'est un **champ de température** (unidimensionnel, bidimensionnel...)
- Avoir compris le sens physique d'un **gradient de température**, savoir le déterminer, connaître son unité
- Savoir ce qu'est un **régime thermique stationnaire** ou **instationnaire**
- Connaître les **mécanismes de transfert thermique**
- Pouvoir **quantifier un flux thermique**
- Avoir compris l'**analogie électrique du transfert thermique**
- Savoir utiliser la notion de **résistance thermique**, avoir compris son sens physique, connaître les paramètres qui la conditionnent
- Dans le cas de l'**échange par rayonnement** intervenant sur une surface, connaître les deux processus mis en jeu dans l'échange :
 - **émission** de rayonnements par la surface > **perte d'énergie**
 - **absorption** de rayonnement incidents sur la surface > **apport d'énergie**

1.1. Objet de la thermodynamique

Un **système thermodynamique** S est une portion de l'univers qui est isolée, par l'intermédiaire d'une paroi réelle ou imaginaire, du reste de l'univers (que l'on appelle le **milieu extérieur**) (Figure 1).

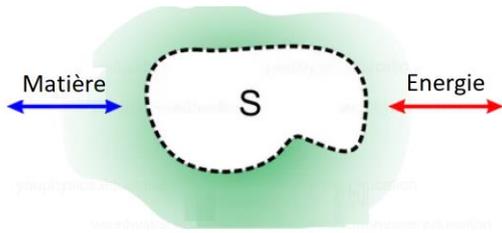


Figure 1. Système thermodynamique

La thermodynamique :

- examine les **échanges** entre le système et le milieu extérieur :
 - × **de matière** et/ou
 - × **d'énergie** sous quelle que forme que ce soit (mécanique, thermique, chimique, électrique...).
- étudie les **transformations** ou **évolutions**, qui ont lieu à l'intérieur du système.

1.2. Différents types de systèmes

Selon la nature des échanges avec le milieu extérieur, on distingue trois types de systèmes (Tableau 1, Figure 2) :

Types de système	Echange		Exemple(s)
	Energie	Matière	
Isolé			Vase de Dewar
Fermé	X		Moteur électrique
Ouvert	X	X	Être humain, liquide en ébullition

Tableau 1. Différents types de systèmes thermodynamiques

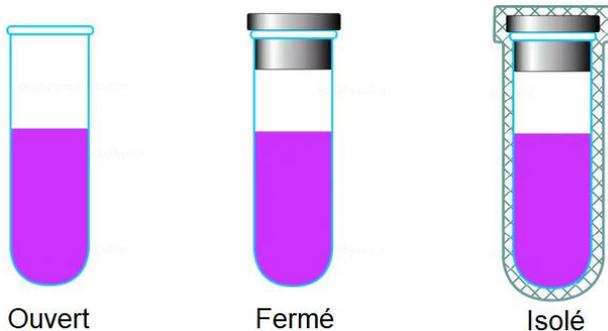


Figure 2. Différents types de systèmes thermodynamiques

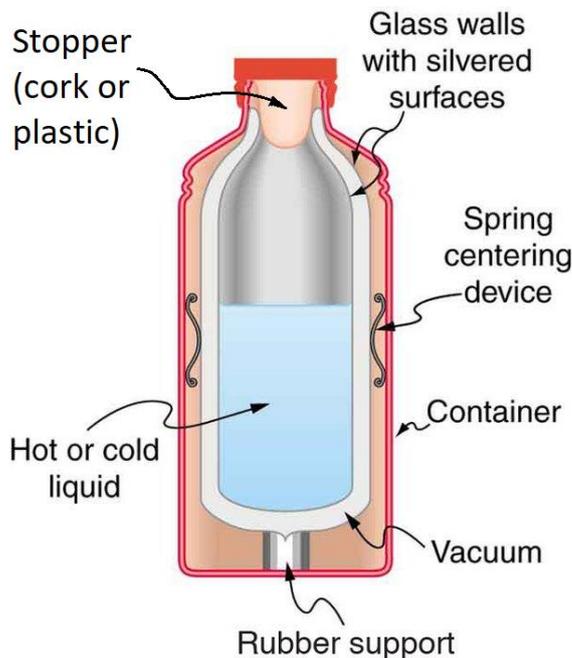


Figure 3. Vase de Dewar



Figure 4. Vase de Dewar pour azote liquide

1.3. Etat d'un système

L'état d'un système est défini par les valeurs d'un certain nombre de **grandeurs mesurables**.

(= **variables ou paramètres d'état** = variables ou paramètres thermodynamiques)

★ Exemples : volume, température, pression, intensité, potentiel électrique, densité...

Tous les paramètres que l'on peut trouver pour définir l'état d'un système ne sont pas indépendants.

Il existe des liens entre certains d'entre eux.

★ Exemple : Cas des gaz parfaits

Le **gaz parfait** est un modèle thermodynamique décrivant le comportement des gaz réels à basse pression

Comme pour tout gaz, l'état d'équilibre thermodynamique d'un gaz parfait est fixé pour **n moles** de molécules, par deux paramètres macroscopiques, au choix. Les autres paramètres peuvent se calculer à partir des deux paramètres choisis par l'équation d'état.

L'équation la plus couramment utilisée est l'équation des gaz parfaits : $P.V = n.R.T$

Avec :

P	Pression	$N.m^{-2}$
V	Volume du gaz	m^3
n	Quantité de matière = $6,022.10^{23}$ entités	mol
R	Constante universelle des gaz parfaits = 8,314 462 1	$J.K^{-1}.mol^{-1}$
T	Température	K

Dans beaucoup de problèmes classiques de thermodynamique technique, il n'y a que deux variables indépendantes.

Dans le cas de l'étude de la transformation d'un fluide, on prendra à priori comme variables indépendantes et selon le type de problème à traiter :

- pression et température ou
- volume et température ou encore
- volume et pression.

1.4. Grandeurs intensives et extensives

Les grandeurs rencontrées en thermodynamique, y compris les variables d'état (qui définissent l'état d'un système) peuvent être classées en deux catégories :

- **Grandeurs intensives** :

Ces grandeurs sont indépendantes de la taille du système.

Elles sont définies ponctuellement.

★ Exemples : température, pression, potentiel électrique, vitesse, viscosité...

- **Grandeurs extensives** :

Ces grandeurs sont proportionnelles à la taille du système ou à sa quantité.

★ Exemples : masse, volume, capacité thermique, nombre de particules d'une espèce déterminée...

Lorsqu'on fait l'addition de deux systèmes identiques, certaines variables comme la température ou les concentrations ne vont pas varier, ce sont les variables intensives.

Les autres comme le volume, la masse, le nombre de moles vont doubler, ce sont les variables extensives.

Convention d'écriture :

- Pour les **variables intensives** : On utilisera des lettres majuscules.

★ Exemple : pression P , température T

- Pour les **variables extensives** : Elles seront aussi notées par des lettres majuscules.

★ Exemple : volume V , masse M

Les variables extensives donnent lieu à des **variables spécifiques**, c'est-à-dire rapportées à une quantité de système bien définie, comme l'unité de masse, l'unité de volume...

Pour les variables spécifiques, on utilisera les lettres minuscules.

★ Exemple : masse volumique ρ , capacité thermique massique c , volume massique v .

1.5. Premier principe de la thermodynamique

En thermodynamique, toute transformation d'un système :

- est considérée comme le passage d'un état d'équilibre à un autre état d'équilibre ;
- s'accompagne d'un échange d'énergie, voire de matière, avec le milieu extérieur.

Principe de conservation de l'énergie (1^{er} Principe de la thermodynamique)

Dans le cas d'un système fermé, la **somme des énergies mécanique et thermique** :

- **reçues du milieu extérieur** (ou **fournies au milieu extérieur**) par un système au cours d'une transformation,
- est égale à la variation de son **énergie interne***.

* **L'énergie interne** d'un système représente, à **l'échelle microscopique**, la somme de toutes les formes d'énergie, cinétique et potentielle, attachées aux molécules (ou aux atomes) du système. Elle est liée aux interactions entre particules et à l'agitation thermique des particules d'un système. Elle ne peut être quantifiée directement.

On écrit généralement : $W + Q = \Delta U$

Avec :

W	Énergie mécanique échangée (travail) entre le système et son milieu extérieur entre l'état initial et l'état final de la transformation	J
Q	Énergie thermique échangée entre le système et son milieu extérieur au cours de la transformation	J
ΔU	Variation d'énergie interne du système entre l'état initial et l'état final	J

Par convention :

- **l'énergie reçue** par un système est comptée positivement (son énergie interne croît), et
- **l'énergie cédée** au milieu extérieur est comptée négativement.

Remarque :

La variation d'**énergie interne** ΔU d'un système fermé interagissant avec son environnement et subissant une évolution, ne dépend que de l'état initial et de l'état final.

Cela signifie que l'énergie interne est une **fonction d'état****.

** Une fonction d'état est une **grandeur dont la valeur dépend uniquement de l'état du système, et non de son histoire.**

Attention :

Comme on l'a souligné, la somme $W + Q$ est attachée à une fonction d'état.

Il n'en est pas de même pour chacun des deux termes pris séparément.

Considérons la transformation $A \rightarrow B$

On écrit : $[W + Q]_A^B = U_B - U_A$

Avec W_B^A et Q_B^A dépendant du chemin suivi par la transformation.

Nous noterons avec un **d** une évolution infinitésimale d'une **fonction d'état**.

★ Exemple : **dP** pour une petite variation de pression.

Cependant, lors de l'évolution d'un système thermodynamique, de nombreuses grandeurs dépendent non seulement des états initial et final du système, mais aussi de la manière dont l'évolution s'est déroulée.

Ces grandeurs sont souvent appelées des **fonctions de parcours**, pour indiquer cette dépendance (***) .

C'est le cas du travail mis en jeu ou bien de la chaleur échangée aux frontières du système.

Nous noterons avec un **δ** une évolution infinitésimale d'une **fonction de parcours**.

★ Exemple : **δW** pour une petite variation de travail.

*** Une analogie peut être faite avec des déplacements en montagne.

Pour une différence d'altitude donnée, la variation d'énergie potentielle d'un mobile effectuant le parcours est toujours la même car c'est une fonction d'état, tandis que la distance parcourue varie selon le chemin suivi car c'est une fonction de parcours.

1.6. Système incompressible

Un système est **incompressible** lorsqu'il ne subit pas de variation de volume.

On peut en général faire cette hypothèse pour les liquides et les solides.

Dans ce cas, le travail W est nul et $\Delta U = Q$.

Le système subit uniquement des transferts thermiques.

Lorsqu'un système thermodynamique **incompressible** subit un transfert thermique (sans changement d'état, transformation chimique ou nucléaire), sa variation d'énergie interne ΔU est proportionnelle à sa variation de température ΔT :

$$\Delta U = C \Delta T = m c_p \Delta T$$

Avec :

ΔU	Variation d'énergie interne	J
ΔT	Variation de température	°C ou K
m	Masse du système	kg
C	Capacité thermique du système	J.K ⁻¹
c_p	Capacité thermique massique à pression constante	J.kg ⁻¹ .K ⁻¹

Capacité thermique massique	c_p [J.kg ⁻¹ .K ⁻¹]
Acier	460
Aluminium	905
Cuivre	385
Chêne	2400
PEbd	2200
PS expansé	1210
Béton	1000
Eau	4180
Air sec	1005

Tableau 2. Capacités thermiques massiques à température ambiante de différents milieux

2.1. Introduction

Les transferts thermiques font partie des sciences de base de l'ingénieur. Ils jouent un rôle important dans de nombreuses industries et dans le domaine du bâtiment.

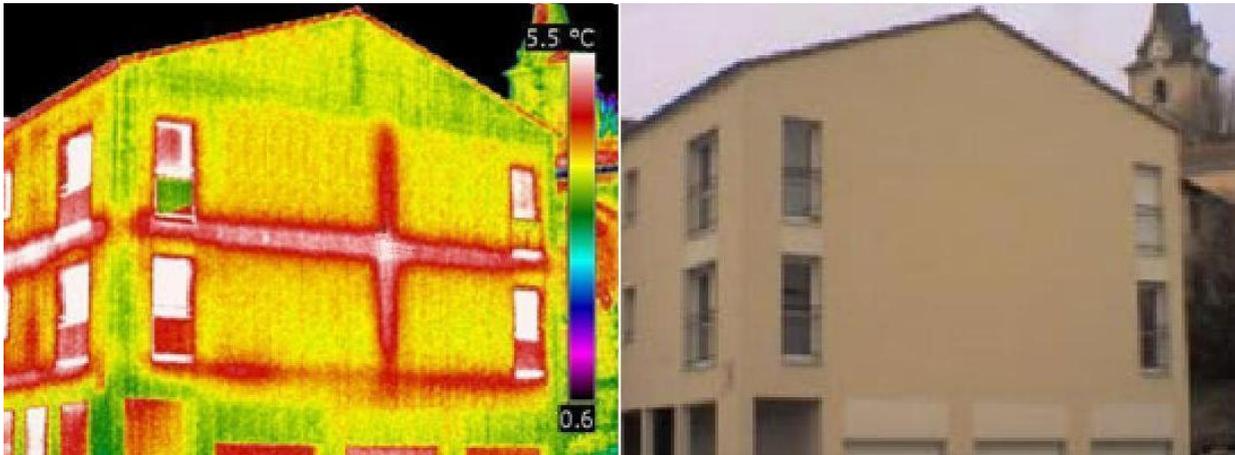


Figure 5. Thermique du bâtiment



Figures 6. Armoire électrique

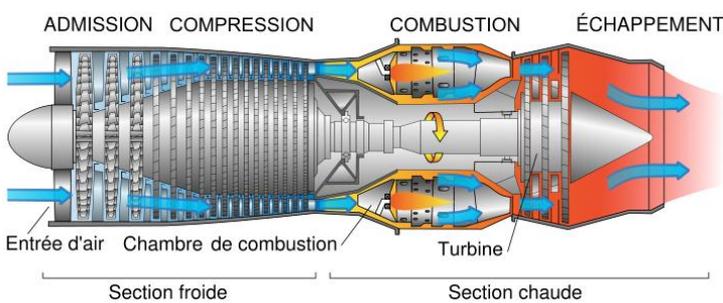


Figure 7. Turboréacteur

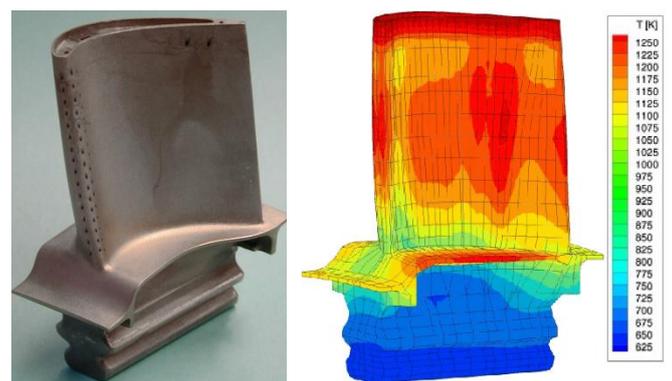


Photo
Figures 8. Aube de turbine

2.2. Transfert thermique

Le **transfert thermique** est un échange d'énergie thermique dû à une **différence de température** entre :

- deux parties d'un système,
- un système et son environnement,
- deux systèmes séparés par un milieu matériel ou non (vide).

2.3. Température - Champ de température - Gradient de température

• Température :

La **température** d'un système est la manifestation, à l'échelle macroscopique, de l'agitation thermique des particules qui le constituent. Dans le cas des solides, elle est due à la vibration des atomes ou des molécules, ou aux mouvements des électrons pour certains matériaux (les métaux). Pour les fluides, elle est déterminée par l'agitation moléculaire.

La température est une fonction croissante du degré d'agitation thermique des particules.

Pratiquement, elle exprime la qualité de *chaud* ou de *froid* que l'on peut attribuer à un corps quelconque solide, liquide ou gazeux. Quand l'agitation est faible, le corps est froid.

Le zéro absolu (0 K), correspond à une absence totale d'agitation microscopique.

Il existe plusieurs échelles de températures. Dans le but de faciliter la diffusion des informations techniques, on recommande l'utilisation de l'échelle des températures absolues. Mais grâce à la facilité de conversion et par la force de l'habitude, on utilise encore le degré Celsius.

Nom	Symbole	Unité	Remarque
Température absolue	T	kelvin (K)	unité de base du Système International
Température Celsius	θ	degré Celsius ($^{\circ}\text{C}$)	$\theta(^{\circ}\text{C}) = T(\text{K}) - 273,15$

Tableau 3. Unités de température usuelles

• Champ de température :

Les transferts thermiques sont conditionnés par l'évolution dans l'espace et dans le temps de la température : $T(x, y, z, t)$.

La valeur instantanée de la température en tout point d'un système est appelé **champ de température**.

En fonction du **nombre de coordonnées spatiales** conditionnant la température, on distingue les **champs de température** :

- **unidimensionnels** dépendant d'**une seule coordonnée spatiale**,
- **bidimensionnels** dépendant de **deux coordonnées spatiales**,
- **tridimensionnels** dépendant de **trois coordonnées spatiales**.

En fonction de la **relation entre la température et le temps**, on différencie **deux cas de figure**.

Lorsque **champ de température** :

- est **indépendant du temps** : on dit que le **régime thermique** est **stationnaire**,
- évolue **avec le temps** : on dit que le **régime thermique** est **instationnaire**.

Une **ligne**, une **surface** ou un **volume isotherme** représente l'ensemble des points d'un système ayant à un instant t la même température T_0 .

• Gradient de température :

Le **gradient de température** est un **champ vectoriel** qui caractérise les **variations spatiales** du **champ scalaire** $T(x, y, z, t)$.

$$\overrightarrow{\text{grad}}(T) = \begin{cases} \frac{\partial T}{\partial x} & \frac{\partial T}{\partial x} : \text{dérivée partielle de la température par rapport à } x ; y \text{ et } z \text{ fixés (K.m}^{-1} \text{ ou } ^{\circ}\text{C.m}^{-1}) \\ \frac{\partial T}{\partial y} & \frac{\partial T}{\partial y} : \text{dérivée partielle de la température par rapport à } y ; x \text{ et } z \text{ fixés (K.m}^{-1} \text{ ou } ^{\circ}\text{C.m}^{-1}) \\ \frac{\partial T}{\partial z} & \frac{\partial T}{\partial z} : \text{dérivée partielle de la température par rapport à } z ; x \text{ et } y \text{ fixés (K.m}^{-1} \text{ ou } ^{\circ}\text{C.m}^{-1}) \end{cases}$$

2.4. Chaleur - Flux thermique - Densité de flux thermique

- **Chaleur :**

La **chaleur** est une **énergie qui circule** sous l'effet d'une **différence de température**.

Dans le domaine de la thermique, la chaleur représente une forme d'interaction énergétique entre un système et son milieu extérieur.

- **Hors changement d'état de la matière**, un échange de chaleur entre un système et son environnement s'accompagne d'une modification de la température du système. On peut donc exprimer le lien de cause à effet suivant :



- **Dans le cas d'un changement d'état de la matière**, un échange de chaleur entre un système et son environnement ne provoque pas d'évolution de la température du système.

- **Flux thermique :**

Un **flux thermique** (ou **flux de chaleur**), est la quantité de chaleur transmise à travers une surface par unité de temps :

$$\phi = \frac{\delta Q}{dt}$$

- ϕ flux thermique (W)
- δQ quantité de chaleur traversant la surface S (J)
- dt intervalle de temps entre les instants t et t+dt (s)

- **Densité de flux thermique :**

Une **densité de flux thermique** (ou **flux thermique surfacique**) est la quantité de chaleur transmise à travers une surface par unité de temps et par unité d'aire de la surface :

$$\varphi = \frac{1}{S} \cdot \frac{\delta Q}{dt}$$

- φ densité de flux thermique ($W \cdot m^{-2}$)
- S aire de la surface (m^2)
- δQ quantité de chaleur traversant la surface S (J)
- dt intervalle de temps entre les instants t et t+dt (s)

2.5. Bilan d'énergie

Les **limites** dans l'espace du **système étudié** doivent être définies.

Il faut ensuite identifier les **différents phénomènes thermiques** qui interviennent :

- modes de transfert de chaleur avec l'environnement,
- production ou consommation interne de chaleur,
- stockage ou libération d'énergie.

Une des lois les plus fondamentales de la physique est la conservation de l'énergie.

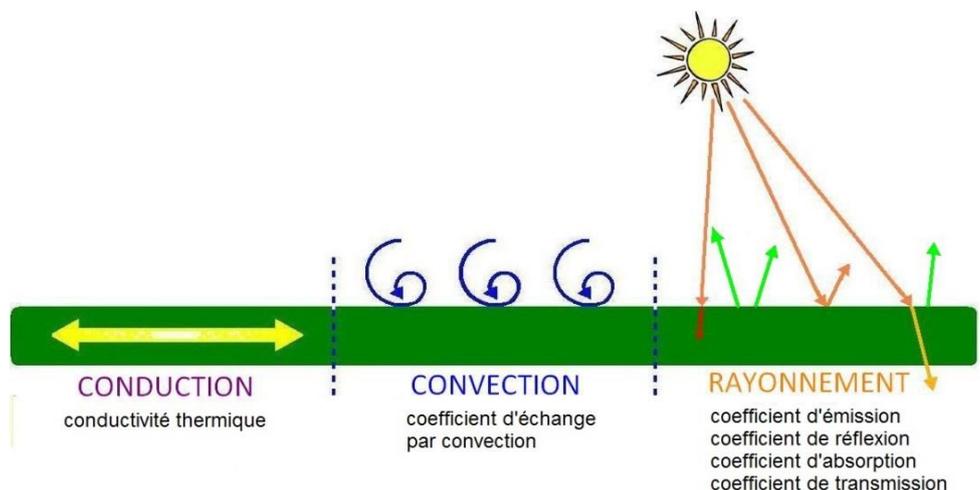
Cette loi permet d'établir le bilan énergétique du système.

Modes de transfert thermique / 3

Il existe trois modes de transfert thermique :

- la conduction,
- la convection,
- le rayonnement.

Figure 9. Mécanismes de transfert thermique et paramètres associés



3.1. Conduction

★ Qu'est-ce que la conduction ?

La **conduction thermique** (ou diffusion thermique) est un phénomène de propagation d'énergie à l'intérieur d'un système, qui traduit à l'échelle macroscopique, les échanges directs d'énergie, à l'échelle microscopique entre les molécules ou les atomes (ou encore les électrons dans le cas d'un matériau métallique). Nous avons vu que la température d'un corps fluide ou solide est liée à l'agitation des particules qui le constituent, cette agitation thermique augmentant avec la température. Si deux parties d'un système sont à des températures différentes, le mécanisme de conduction peut s'expliquer en disant que les particules qui ont l'agitation thermique la plus grande (température la plus élevée), en communiquent une partie aux particules voisines qui voient en conséquence leur agitation thermique et donc leur température augmenter.

La conduction de la chaleur nécessite un **support matériel** (milieu solide ou fluide) **sans mouvement de matière** (solide ou fluide au repos), elle n'est pas possible dans le vide.

C'est le seul mode d'échange de chaleur qui intervient dans le cas des solides opaques.

Cet échange se produit tant que la température à l'intérieur d'un système n'est pas homogène.



Figures 10. Casserole triple épaisseur (corps inox austénitique 18/10, aluminium et base inox ferritique)

★ Comment qualifier et quantifier le transfert thermique par conduction ?

Le flux thermique échangé par conduction est proportionnel :

- à la surface à travers laquelle se produit le transfert,
- au gradient de température.

Il dépend de la **conductivité thermique** λ du milieu considéré.

La théorie de la conduction repose sur la **loi de Fourier** :

$$\vec{\Phi}_{\text{cond}} = -\lambda S \overrightarrow{\text{grad}}(T)$$

$\vec{\Phi}_{\text{cond}}$ vecteur flux thermique transmis par conduction (W)
 λ conductivité thermique ($\text{W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$)
 S aire de surface traversée par le flux de chaleur (m^2)
 $\overrightarrow{\text{grad}}(T)$ gradient de température ($\text{K}\cdot\text{m}^{-1}$ ou $^{\circ}\text{C}\cdot\text{m}^{-1}$)

Le flux de chaleur dans la direction x s'exprime ainsi de la façon suivante :

$$\Phi_{\text{cond}_x} = -\lambda S \frac{\partial T}{\partial x}$$

Φ_{cond_x} composante du vecteur flux thermique transmis par conduction suivant l'axe x (W)
 $\frac{\partial T}{\partial x}$ dérivée partielle de la température par rapport à x ($\text{K}\cdot\text{m}^{-1}$ ou $^{\circ}\text{C}\cdot\text{m}^{-1}$)

Milieu	λ [W.m ⁻¹ .K ⁻¹]
Argent	420
Cuivre	380
Aluminium	230
Fer	70
Acier (S275)	55
Acier inoxydable (18%Cr-8%Ni)	25
Mercure	8,2
Grès	2,6
Béton plein	1,75
Verre	1,15
Eau	0,6
Plâtre	0,35
Bois dense (chêne)	0,23
Laine minérale	0,03 - 0,04
Air sec	0,023

Tableau 4. Conductivité thermique de différents milieux à température ambiante

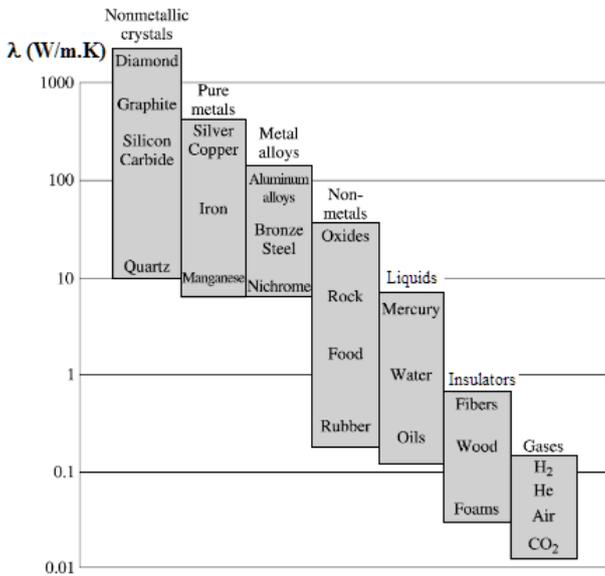


Figure 11. Ordre de grandeur de la conductivité thermique de différents milieux à température ambiante

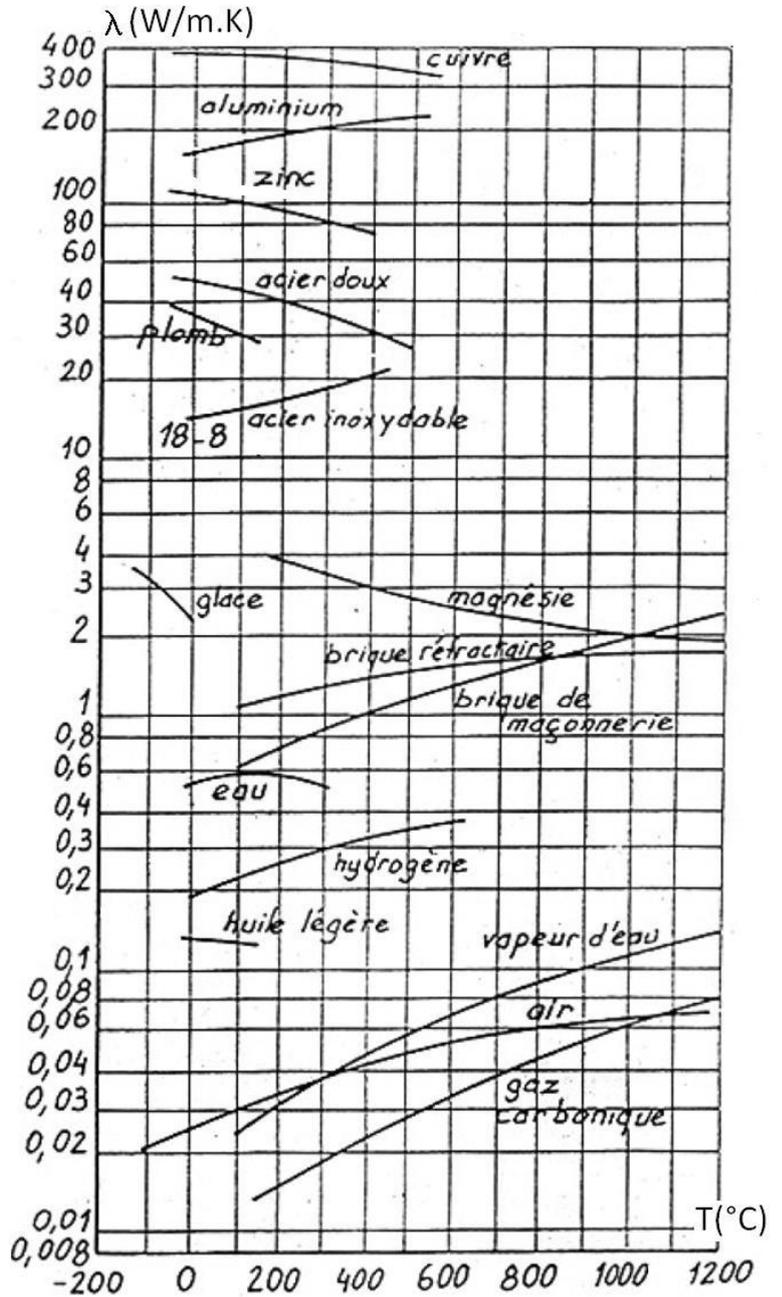


Figure 12. Conductivité thermique de différents milieux en fonction de la température

3.2. Convection

★ Qu'est-ce que la convection ?

Le transfert de chaleur par convection thermique est un mode de transmission de la chaleur qui implique le **déplacement d'un fluide liquide ou gazeux**.

La convection est un échange d'énergie, sous forme de chaleur entre :

- un fluide en mouvement et la surface d'un corps solide ayant une température différente,
- deux zones d'un fluide en mouvement qui ne sont pas à la même température.

La convection se situe à l'intersection entre deux domaines : le transfert de chaleur et la mécanique des fluides.

On distingue deux types de convection :

- la **convection libre** ou **naturelle** lorsque le déplacement du fluide résulte de la variation de masse volumique du milieu avec la température,
- la **convection forcée** lorsque le mouvement du fluide est produit par une action extérieure (pompe, ventilateur, vent...) ; c'est alors une différence de pression qui provoque le déplacement des particules.

★ Comment qualifier et quantifier le transfert thermique par convection ?

Le flux thermique échangé par convection est proportionnel à :

- la surface à travers laquelle se produit le transfert,
- la différence de température entre le fluide et la paroi.

Il dépend du **coefficient d'échange superficiel par convection h** (encore appelé **coefficient de transfert par convection, coefficient de transmission thermique de surface par convection, coefficient de Newton** ou **coefficient convectif**).

Le coefficient h n'est pas une propriété physique mais un facteur qui dépend de nombreux paramètres (géométrie de la surface, écoulement du fluide [direction, vitesse], propriétés du fluide, état de surface...).

Le transfert de chaleur par convection est régi par la **loi de Newton** :

$$\Phi_{\text{conv}} = h_{\text{conv}} S (T_{\infty} - T_s)$$

Φ_{conv} flux thermique transmis par convection (W)
 h_{conv} coefficient d'échange superficiel par convection ($\text{W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$)
 T_{∞} température du fluide loin de la surface du solide (K ou °C)
 T_s température de la surface du solide (K ou °C)
 S aire de la surface de la paroi (m^2)

Fluide	Convection naturelle	Convection forcée
Gaz	5 - 50	10 - 500
Liquide	50 - 1000	100 - 20 000

Tableau 5. Ordre de grandeur des coefficients d'échange superficiel par convection h_{conv} ($\text{W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$)

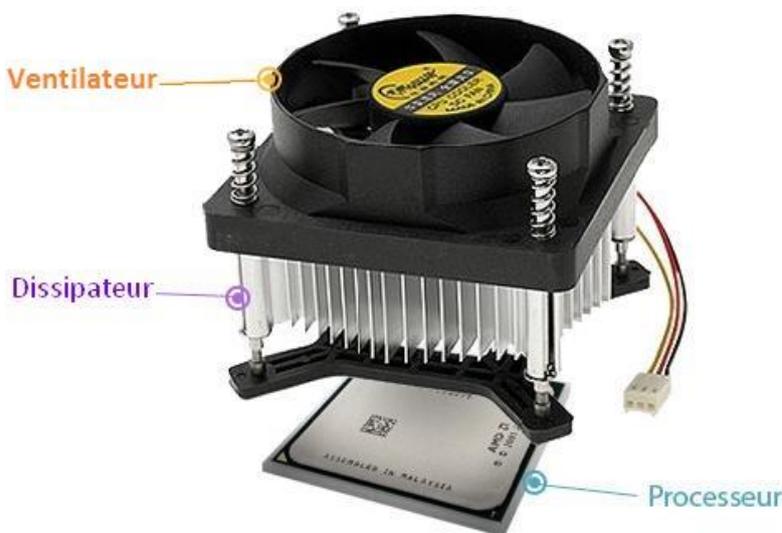


Figure 13. Dissipateur et ventilateur pour processeur

3.3. Rayonnement

★ Qu'est-ce que le transfert thermique par rayonnement ?

C'est un transfert d'énergie sous forme de rayonnement thermique entre surfaces séparées par un milieu transparent ou semi-transparent aux rayonnements (le milieu le plus transparent étant le vide).

Les rayonnements thermiques sont des ondes électromagnétiques produites par la matière à partir du moment où sa température est supérieure à 0 K.

Un système échange en permanence de l'énergie sous forme de rayonnement avec son environnement.

Pour un système donné, ce mode de transfert thermique fait intervenir **deux processus à sa surface** :

- l'**émission** de rayonnements,
- l'**absorption** de rayonnements incidents provenant de l'environnement.
- L'**émission** correspond à une **perte d'énergie**.
- L'**absorption** est associée à un **apport d'énergie**.

Contrairement aux échanges par conduction ou convection, qui ont besoin d'un milieu matériel comme support de transfert entre des points à températures différentes, le transfert radiatif **peut avoir lieu dans le vide**.



Figure 14. Braises



Figure 15. Lampes chauffantes infrarouge



Figures 16. Chauffage infrarouge de locaux industriels

★ Comment qualifier et quantifier le transfert thermique par rayonnement ?

La réponse à cette question nécessite un développement important.

Mais nous pouvons déjà dire que le flux de chaleur échangé par rayonnement entre un objet et un autre objet (ou son entourage...) est proportionnel à la **différence de température à la puissance 4** entre la surface de l'objet et celle de l'autre objet (ou celle de son entourage).

★ Nous nous bornerons, dans cette première approche des échanges par rayonnement, à évoquer le cas d'un **petit objet opaque et convexe, entouré d'une paroi de grandes dimensions** (voir Figure 16).

L'espace entre le petit objet et la paroi est composé d'un milieu transparent.

Le flux thermique échangé par rayonnement entre l'objet et la paroi est proportionnel à :

- la **surface de l'objet**,
- la **différence de température à la puissance 4** entre celle de la surface de l'objet et celle de la paroi.

Le flux thermique radiatif dépend par ailleurs du **coefficient d'émission ϵ_s** (ou **émissivité**) de la surface de l'objet. L'émissivité est fonction de la nature du matériau et de l'état de surface (tableau 5).

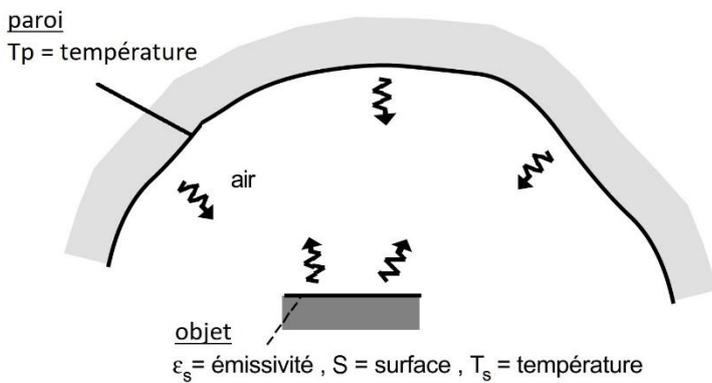


Figure 17. Echange par rayonnement entre un objet et une paroi qui l'entoure

Nous admettrons que le flux thermique échangé entre l'objet et son environnement peut s'exprimer sous la forme suivante :

- Φ_{ray} flux thermique échangé par rayonnement entre l'objet et son environnement (W)
- σ constante de Stefan-Boltzmann = 5,67.10⁻⁸ (W.m⁻².K⁻⁴)
- ε_s coefficient d'émission de la surface de l'objet (0 ≤ ε_s ≤ 1)
- S aire de la surface de l'objet (m²)
- T_p température des parois environnant la surface de l'objet (K)
- T_s température de la surface de l'objet (K)

$$\Phi_{\text{ray}} = \epsilon_s \sigma S (T_p^4 - T_s^4)$$

Matériau	Emissivité
aluminium	
• poli	0,09
• anodisé	0,77
acier	
• poli	0,07
• oxydé	0,79
bois naturel	0,90 - 0,95
béton	0,95
verre	0,85

Tableau 6. Emissivités de différents matériaux à température ambiante

★ Linéarisation du flux thermique échangé par rayonnement

L'expression précédente du flux thermique échangé par rayonnement peut être simplifiée de la façon suivante :

$$\Phi_{\text{ray}} \approx h_{\text{ray}} S (T_p - T_s)$$

- h_{ray} coefficient d'échange superficiel par rayonnement (W.m⁻².K⁻¹)
- S aire de la surface du solide (m²)
- T_p température de la paroi environnant la surface (°C ou K)
(peut être voisine de la température ambiante)
- T_s température de la surface du solide (°C ou K)

Démonstration :

$$T_p^4 - T_s^4 = (T_p^2 + T_s^2)(T_p^2 - T_s^2) = (T_p^2 + T_s^2)(T_p + T_s)(T_p - T_s)$$

Notons T_m la température moyenne entre T_s et T_p :

$$T_m = \frac{T_s + T_p}{2}$$

S'il y a peu d'écart entre T_s et T_p, nous pouvons écrire :

$$T_s \approx T_m \approx T_p$$

Ainsi :

$$(T_p^2 + T_s^2)(T_p + T_s) \approx 2T_m^2 \cdot 2T_m = 4T_m^3$$

D'où :

$$\Phi_{\text{ray}} \approx \epsilon_s \sigma S 4T_m^3 (T_p - T_s)$$

Nous arrivons donc à l'expression :

$$\Phi_{\text{ray}} \approx h_{\text{ray}} S (T_p - T_s) \quad \text{avec} \quad h_{\text{ray}} = \epsilon_s \sigma 4T_m^3$$

Il existe une analogie entre le transfert de chaleur (particulièrement par conduction) et le transfert d'énergie électrique. Cette similitude permet de résoudre certains problèmes de thermique plus facilement.

4.1. Conduction à travers une paroi plane homogène

Considérons le transfert de chaleur par **conduction** en **régime stationnaire**, à travers une **paroi plane homogène** d'épaisseur e sans source interne de chaleur.

Supposons que :

- le flux thermique soit unidimensionnel (épaisseur e très inférieure aux dimensions latérales de la paroi),
- les températures de surface sont homogènes et égales à T_1 et T_2 .

En effectuant un bilan thermique pour le système constitué par la tranche de mur comprise entre les abscisses x et $x+dx$, on peut écrire :

$$\phi_x - \phi_{x+dx} = 0$$

Soit :
$$\phi_x = \phi_{x+dx} = \phi_{cond} = -\lambda S \left(\frac{dT}{dx} \right)_x = -\lambda S \left(\frac{dT}{dx} \right)_{x+dx}$$

Puisque le flux thermique est constant (on dit que le flux est conservatif), on peut séparer les variables et intégrer :

$$\phi_{cond} \int_0^e dx = -\lambda S \int_{T_1}^{T_2} dT$$

D'où :
$$\phi_{cond} \cdot [x]_0^e = -\lambda S [T]_{T_1}^{T_2}$$

Soit :
$$\phi_{cond} \cdot e = -\lambda S (T_2 - T_1)$$

Donc :
$$\phi_{cond} = \frac{\lambda S (T_1 - T_2)}{e}$$

Ou encore :
$$\boxed{\phi_{cond} = \frac{(T_1 - T_2)}{\frac{e}{\lambda S}}}$$

On remarque que le flux thermique :

- est obtenu en calculant le rapport entre l'écart des températures des surfaces de la paroi et le terme $\frac{e}{\lambda S}$
- dépend : - de la nature du matériau à travers lequel circule la chaleur,
- des dimensions de la paroi.

Déterminons maintenant la **répartition de la température à travers la paroi**.

D'après la loi de Fourier :

$$\phi_{cond_x} = -\lambda S \left(\frac{dT}{dx} \right)_x$$

Le flux thermique étant constant, on peut séparer les variables et intégrer de la façon suivante :

$$\phi_{cond} \int_0^x dx = -\lambda S \int_{T_1}^T dT \quad \text{d'où} \quad \phi_{cond} \cdot x = -\lambda S (T - T_1)$$

Soit :
$$\frac{(T_1 - T_2)}{\frac{e}{\lambda S}} \cdot x = -\lambda S (T - T_1)$$

Finalement :
$$\boxed{T(x) = T_1 - \frac{(T_1 - T_2)}{e} \cdot x = T_1 + \frac{(T_2 - T_1)}{e} \cdot x}$$

On peut remarquer que l'évolution de la température dans la paroi ne dépend pas de λ donc de la nature de la paroi.

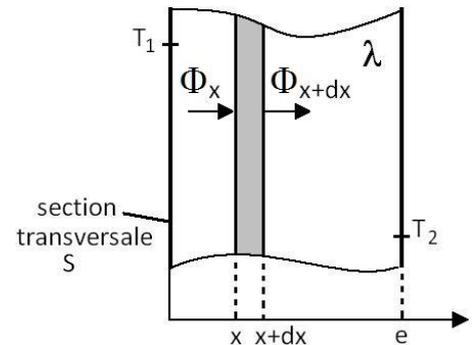


Figure 18. Conduction unidimensionnelle à travers une paroi plane

4.2. Grandeurs équivalentes

Dans le cas de la paroi plane étudiée précédemment, nous avons établi qu'en régime stationnaire et en l'absence de source interne de chaleur, le flux qui traverse cette paroi par conduction s'exprime de la façon suivante :

$$\phi_{cond} = \frac{(T_1 - T_2)}{\frac{e}{\lambda S}}$$

Cette expression peut être rapprochée de la loi d'Ohm en électricité :

$$I = \frac{U}{R_{\text{électrique}}} = \frac{\Delta V}{R_{\text{électrique}}}$$

Par analogie, on écrit le flux de chaleur traversant la paroi sous la forme :

$$\phi_{cond} = \frac{(T_1 - T_2)}{\frac{e}{\lambda S}} = \frac{(T_1 - T_2)}{R_{\text{thermique}}}$$

Le terme $\frac{e}{\lambda S}$ correspond à la **résistance thermique de conduction** de la paroi (plane et homogène).

Son inverse est la conductance thermique.

La similitude entre la conduction de l'électricité et la conduction de la chaleur est très marquée.

Le tableau ci-après détaille les analogies entre les deux domaines.

Conduction électrique	Conduction thermique										
Densité de courant : $\vec{j} = -\gamma \overrightarrow{\text{grad}}(V)$ (A.m ⁻²)	Densité de flux thermique : $\vec{\phi}_{cond} = -\lambda \overrightarrow{\text{grad}}(T)$ (W.m ⁻²) par conduction										
Potentiel électrique : V (V) → Surface équipotentielle	Température : T (°C ou K) → Surface isotherme										
Circulation d'un courant : → s'il existe une différence de potentiel électrique → dans le sens des potentiels décroissants → ⊥ aux surfaces équipotentielles	Circulation d'un flux de chaleur : → s'il existe une différence de température → dans le sens des températures décroissantes → ⊥ aux surfaces isothermes										
Intensité du courant : I (A) $I = \frac{\delta q}{dt}$ δq : charge électrique (C) circulant pendant dt (s)	Flux thermique : ϕ (W) $\phi = \frac{\delta Q}{dt}$ δQ : quantité de chaleur (J) circulant pendant dt (s)										
Conductivité électrique : σ (Ω ⁻¹ .m ⁻¹) Résistivité électrique : $\rho = 1/\sigma$ (Ω.m)	Conductivité thermique : λ (W.m ⁻¹ .K ⁻¹)										
<table border="1"> <tr> <td>Conducteur électrique</td> <td>$10^6 < \sigma$</td> </tr> <tr> <td>Semi-conducteur</td> <td>$10^{-6} < \sigma < 10^4$</td> </tr> <tr> <td>Isolant électrique</td> <td>$\sigma < 10^{-6}$</td> </tr> </table>	Conducteur électrique	$10^6 < \sigma$	Semi-conducteur	$10^{-6} < \sigma < 10^4$	Isolant électrique	$\sigma < 10^{-6}$	<table border="1"> <tr> <td>Conducteur thermique</td> <td>$10 < \lambda$</td> </tr> <tr> <td>Isolant thermique</td> <td>$\lambda < 0,1$</td> </tr> </table>	Conducteur thermique	$10 < \lambda$	Isolant thermique	$\lambda < 0,1$
Conducteur électrique	$10^6 < \sigma$										
Semi-conducteur	$10^{-6} < \sigma < 10^4$										
Isolant électrique	$\sigma < 10^{-6}$										
Conducteur thermique	$10 < \lambda$										
Isolant thermique	$\lambda < 0,1$										
Loi d'Ohm : $I = \frac{U}{R_{\text{électrique}}} = \frac{\Delta V}{R_{\text{électrique}}}$	En l'absence de source interne de chaleur : $\phi = \frac{\Delta T}{R_{\text{thermique}}}$										
Résistance électrique : (Ω) Ex : $R_{\text{électrique}} = \frac{\rho L}{S} = \frac{L}{\sigma S}$ (fil conducteur de longueur L, de section S)	Résistance thermique : (W ⁻¹ .K) Ex : $R_{\text{thermique cond}} = \frac{e}{\lambda S}$ (paroi plane homogène d'épaisseur e, de section S)										

Tableau 7. Analogie électrique

Les lois d'associations des résistances thermiques sont les mêmes que celles des résistances électriques.

4.3. Coefficient d'isolation thermique

Le coefficient d'isolation thermique **M** est une caractéristique souvent donnée pour les matériaux employés dans le domaine du bâtiment, il correspond à la résistance thermique pour une surface de 1 m².

Il s'exprime en W⁻¹.m².K.

La relation entre résistance thermique et coefficient d'isolation thermique de surface est la suivante :

$$R_{th} = \frac{M}{S}$$

4.4. Coefficient d'échange thermique global d'une paroi

Le coefficient d'échange thermique global **U** (ou coefficient de transmission thermique global) d'une paroi est la quantité de chaleur traversant cette paroi en régime stationnaire par :

- unité de temps ;
- unité de surface ;
- unité de différence de température entre les ambiances situées de part et d'autre de la paroi.

On peut exprimer le flux traversant une paroi de la façon suivante :

$$\boxed{\phi = U S (T_{amb1} - T_{amb2})}$$

U coefficient d'échange thermique global (W.m⁻².K⁻¹)
S aire de la surface de la paroi (m²)
T_{amb1} température ambiante d'un côté de la paroi (°C ou K)
T_{amb2} température ambiante de l'autre côté de la paroi (°C ou K)

Le coefficient d'échange thermique global est employé par exemple dans les calculs sur les échangeurs de chaleur.

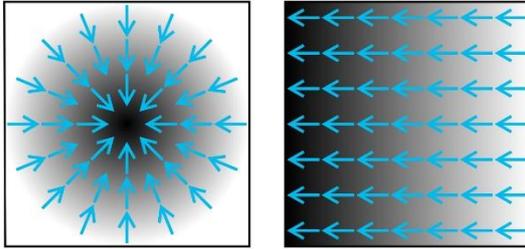
5.1. Points de vue mathématique et physique

Point de vue mathématique :

Le gradient d'une fonction de plusieurs variables en un point est un vecteur qui caractérise la variabilité de cette fonction au voisinage de ce point.

Point de vue physique :

Le gradient est un vecteur indiquant comment une grandeur physique varie dans l'espace.



Figures 19. Représentations du gradient d'une fonction dont la valeur est d'autant plus élevée que la couleur est sombre

5.2. Taux de variation d'une fonction

5.2.1. Fonction d'une seule variable

Soit f une fonction scalaire dépendant d'une seule variable : x .

On considère un déplacement élémentaire dans la direction x : dx

Le taux de variation de la fonction s'exprime par : $f'(x) = \frac{df}{dx} = \frac{\partial f}{\partial x}$

On peut déterminer la différence $df = f'(x) \cdot dx$

5.2.2. Fonction de plusieurs variables

Soit f une fonction scalaire dépendant des variables : x, y et z .

On considère maintenant un vecteur déplacement élémentaire dans l'espace : $\vec{dl} = \overline{MM'}$
(M et M' sont deux points très proches)

Dans un repère cartésien : $\vec{dl} = dx\vec{u}_x + dy\vec{u}_y + dz\vec{u}_z$

Le taux de variation dans la direction \vec{dl} devient : $\overline{grad}(f)$

On peut déterminer la différentielle de la fonction $f(x, y, z)$: $df = \left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_{y,z} dx + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)_{x,z} dy + \left(\frac{\partial f}{\partial z}\right)_{x,y} dz$

Physiquement df représente une variation élémentaire de la fonction f : $f(M') - f(M)$

5.3. Champ d'une grandeur physique

Le champ d'une grandeur physique correspond à un espace où, en chaque point, cette grandeur est définie.

Par conséquent si une grandeur peut être mesurée ou exprimée en tous points d'un espace donné alors il est possible de lui associer un champ. On peut ainsi associer un champ à des grandeurs aussi diverses que la température, la pression, la vitesse d'écoulement d'un fluide...

5.3.1. Champ scalaire

Un champ est dit scalaire s'il est associé à une grandeur physique décrite uniquement par une valeur numérique.

★ Exemples de grandeurs physiques associées à des champs scalaires : température, pression, masse volumique...

5.3.2. Champ vectoriel

Un champ est dit vectoriel s'il est associé à une grandeur physique pouvant être modélisée par vecteur.

Pour rappel, un vecteur doit être caractérisée par :

- une valeur (norme ou module du vecteur)
- une direction,
- un sens et
- une origine

★ Exemples de grandeurs physiques pouvant être associées à un champ vectoriel : vitesse, accélération, force...

5.4. Définition de l'opérateur gradient

Soit une fonction dépendant de paramètres spatiaux.

Au champ scalaire f est associé à un champ vectoriel $\overrightarrow{\text{grad}}(f)$ appelé gradient de f tel que : $df = \overrightarrow{\text{grad}}f \cdot \overrightarrow{dl}$

5.5. Expression de l'opérateur gradient dans différents repères

▪ Cordonnées cartésiennes : $\overrightarrow{\text{grad}} f(x, y, z) = \frac{\partial f}{\partial x} \cdot \vec{u}_x + \frac{\partial f}{\partial y} \cdot \vec{u}_y + \frac{\partial f}{\partial z} \cdot \vec{u}_z$

▪ Cordonnées cylindriques : $\overrightarrow{\text{grad}} f(r, \theta, z) = \frac{\partial f}{\partial r} \cdot \vec{u}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial \theta} \cdot \vec{u}_\theta + \frac{\partial f}{\partial z} \cdot \vec{u}_z$

▪ Cordonnées sphériques : $\overrightarrow{\text{grad}} f(r, \theta, \varphi) = \frac{\partial f}{\partial r} \cdot \vec{u}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial \theta} \cdot \vec{u}_\theta + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial f}{\partial \varphi} \cdot \vec{u}_\varphi$

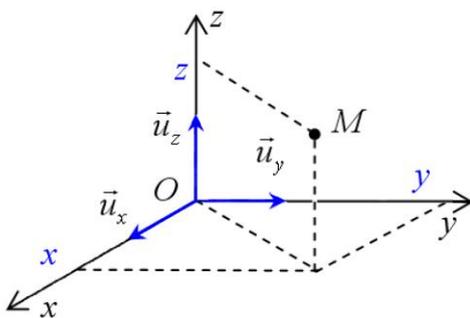


Figure 20. Repère cartésien

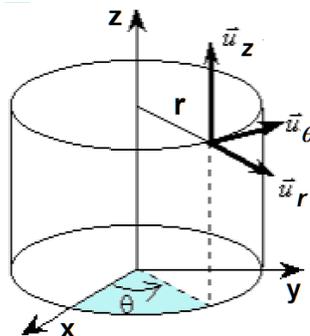


Figure 21. Repère cylindrique

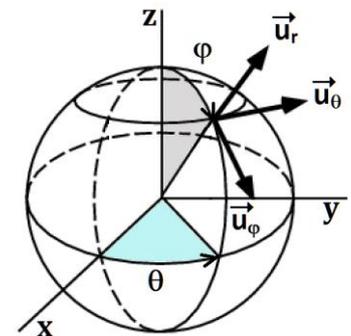


Figure 22. Repère sphérique

5.6. Propriétés de l'opérateur gradient

En un point M où le gradient de f est non nul :

- $\overrightarrow{\text{grad}}(f)$ est orienté vers les points où la valeur de f est la plus élevée
- $\overrightarrow{\text{grad}}(f)$ est localement orthogonal à la surface iso f (surface correspondant à $f = cste$)
- La norme de $\overrightarrow{\text{grad}}(f)$ renseigne sur l'amplitude de la variation de la fonction f associée à un déplacement \overrightarrow{dl} .

5.7. Exemple d'utilisation : loi de Fourier

La loi de Fourier modélise le transfert thermique par conduction.

$$\vec{\Phi}_{\text{cond}} = -\lambda S \vec{\text{grad}}(T)$$

$\vec{\Phi}_{\text{cond}}$ Vecteur flux thermique transmis par conduction (W)
 λ Conductivité thermique ($\text{W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$)
 S Aire de surface traversée par le flux de chaleur (m^2)
 $\vec{\text{grad}}(T)$ Gradient de température ($\text{K}\cdot\text{m}^{-1}$ ou $^{\circ}\text{C}\cdot\text{m}^{-1}$)



Figure 23. Transfert thermique par conduction

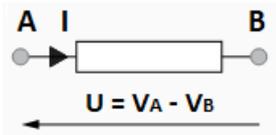
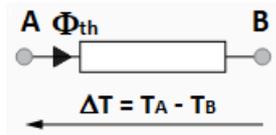
6.1. Convention de la thermodynamique

Pour les échanges d'énergie* entre un système et l'extérieur la convention utilisée en thermodynamique est la suivante :

- une énergie reçue est comptée positivement
- une énergie perdue est comptée négativement.

* La convention est la même pour les flux thermiques.

6.2. Convention récepteur

Electricité	Thermique
	
<ul style="list-style-type: none"> - La tension U_{AB} est positive si le courant électrique circule de A à B. - La flèche du courant et la flèche du courant sont de sens opposés. 	<ul style="list-style-type: none"> - La différence de température $\Delta T = T_A - T_B$ est positive si le flux thermique circule de A à B. - La flèche de la différence de température et la flèche du flux sont de sens opposés.

Formulaire

Flux thermique	$\phi = \frac{\delta Q}{dt}$
Conduction Loi de Fourier	$\vec{\phi}_{cond} = -\lambda S \overrightarrow{\text{grad}}(T)$
Convection Loi de Newton	$\phi_{conv} = h_{conv} S (T_{\infty} - T_s)$
Rayonnement Expression simplifiée du flux thermique échangé	$\phi_{ray} = h_{ray} S (T_p - T_s)$
Résistance thermique	$\phi = \frac{\Delta T}{R_{th}}$
Conduction Résistance thermique d'une paroi plane homogène	$R_{th cond} = \frac{e}{\lambda S}$

Bibliographie

- **Thermodynamique appliquée - Premier principe.** Énergie. Enthalpie ; André LALLEMAND
Techniques de l'ingénieur [Réf. : BE8005 V1]
- <https://dicens.mines-paristech.fr/Sites/Thopt/fr/co/peg.html>
- **Transferts thermiques** - BIANCHI Ana-Maria, FAUTERELLE Yves, ETAY Jacqueline
Editions Presses Polytechnique et Universitaires Romandes
- **Transferts thermiques Mécanique des fluides anisothermes Cours et données de base** - TAIN Jean, PETIT Jean-Pierre ;
Editions Dunod
- **Introduction to heat transfer** - INCROPERA Franck P., DEWITT David P.
Editions Jon Wiley & Sons

