Adaptation EEA et remise à niveau

Séance 2-3

2023-2024

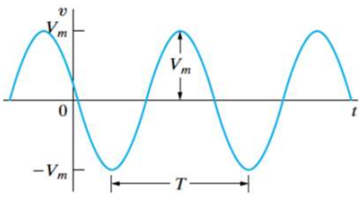
1

Source sinusoïdale

Une source sinusoïdale de tension (courant) produit une tension (courant) qui varie sinusoïdalement en fonction du temps.

Nous pouvons exprimer une fonction variant de manière sinusoïdale avec la fonction sinus ou la fonction cosinus. <u>Bien que les deux fonctionnent aussi bien, nous ne pouvons pas utiliser les deux formes fonctionnelles simultanément.</u>

Exemple : $v(t) = V_m \cos(\omega t + \phi)$



T est la période (Sec)

Fréquence f (Hz) : $f = \frac{1}{T}$

ω : Pulsation (angular frequency) en rad/sec $w = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$

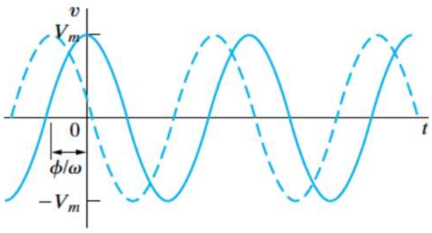
$\phi : angle\ de\ phsase$

Détermine la valeur de la fonction sinusoïdale à t=0.
=> Fixe le point de l'onde périodique à partir duquel on commence à mesurer le temps

$(\omega t + \phi)$: Phase instantanée

Source sinusoïdale

La modification de l'angle de phase décale la fonction sinusoïdale le long de l'axe du temps mais n'a aucun effet sur l'amplitude (V_m) ni sur la pulsation.



Réduire l'angle de phase ϕ à zéro décale l'unité de temps ($\frac{\phi}{\omega}$) de la fonction sinusoïdale vers la droite.

$$v(t) = V_m \cos(\omega t + \phi - \phi) = V_m \cos \omega \left(t + \frac{\phi}{\omega} - \frac{\phi}{\omega}\right) = V_m \cos(\omega t)$$

ϕ positive => La fonction sinusoïdale se déplace vers la gauche
ϕ négative => La fonction sinusoïdale se déplace vers la droite

Exercice 1

a) Soit une tension sinusoïdale : $v(t) = 40\cos(100\pi t + 60°)$
b) Quelle est l'amplitude maximale de la tension
c) Quelle est la fréquence
d) Quel est l'angle de phase
e) Quelle est la période
f) Déterminer le temps, après t=0, pour lequel V= - 40V
g) La fonction sinusoïdale est décalée de 10/3 ms vers la droite le long de l'axe du temps. Quelle est l'expression de v(t) ?

Source sinusoïdale

Une autre caractéristique importante de la tension (ou du courant) sinusoïdal est sa valeur efficace

La valeur efficace d'une fonction périodique sinusoïdale $v(t) = V_m \cos(\omega t + \phi)$

$$V = \sqrt{\frac{1}{T}\int_{t_0}^{t_0+T} V_m^2 \cos^2(\omega t + \Phi) dt} = \frac{V_m}{\sqrt{2}}$$

Donc la valeur efficace d'une fonction périodique sinusoïdale dépend seulement de la valeur maximale V_m.

6

Le phaseur

Le phaseur est un nombre complexe qui transporte les informations d'amplitude et d'angle de phase d'une fonction sinusoïdale.

Le concept de phaseur est enraciné dans l'identité d'Euler, qui relie la fonction exponentielle à la fonction trigonométrique :

$$e^{\pm j\phi} = \cos\phi \pm j\sin\phi$$

Cette équation est importante car elle nous donne une autre façon d'exprimer les fonctions cosinus et sinus. Nous pouvons considérer la fonction cosinus comme la partie réelle de la fonction exponentielle et la fonction sinus comme la partie imaginaire de la fonction exponentielle :

$$\cos\phi = \Re\{e^{j\phi}\}$$
$$\sin\phi = Img\{e^{j\phi}\}$$

« $\Re$ » signifie la partie Réelle
« Img » signifie la partie imaginaire

Le phaseur

En particulier, nous pouvons écrire la fonction de tension sinusoïdale sous la forme :

$$v(t) = V_m \cos(\omega t + \phi)$$

$$v(t) = V_m \,\Re\big(e^{j(\omega t+\phi)}\big)$$

$$v(t) = V_m \,\Re\big(e^{j\omega t} e^{j\phi}\big)$$

On peut déplacer le coefficient V_m à l'intérieur de l'argument de la partie réelle de la fonction sans altérer le résultat. On peut également inverser l'ordre des deux fonctions exponentielles à l'intérieur de l'argument :

$$v(t) = \Re\big(V_m e^{j\phi} e^{j\omega t}\big)$$

La quantité $V_m e^{j\phi}$ est un nombre complexe qui porte l'amplitude et l'angle de phase de la fonction sinusoïdale donnée.

Ce nombre complexe est par définition la représentation du phaseur, ou transformation du phaseur, de la fonction sinusoïdale donnée.

Le phaseur

La représentation ou transformation du phaseur :

Les formes polaires et rectangulaires sont utiles dans les applications de circuits du concept de phaseur.

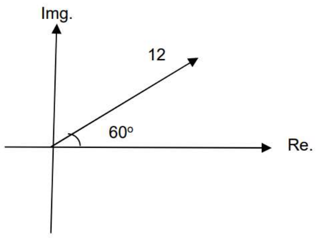
- Forme Polaire : $V_m e^{j\phi}$
- Forme rectangulaire : $\overline{V} = V_m \cos\phi + jV_m \sin\phi = V_m(\cos\phi + j\sin\phi)$

Ainsi, la transformée de phaseur transfère la fonction sinusoïdale du domaine temporel au domaine des nombres complexes, également appelé domaine fréquentiel, puisque la réponse dépend, en général, de ω.

la notation d'angle est également fréquemment utilisée : $\overline{V} = V_m \angle \phi$

Exercice 2

a.



b. $X = 20e^{j\frac{\pi}{3}}$

c. $x(t) = 25\cos\left(300\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$

Compléter le tableau suivant :

Part	Time domaine	Angular	polar	rectangular
a				
b				
c				

Utilisez w = 3000 rad / sec. Si non fourni

Les éléments du circuit passif

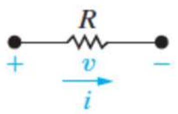
- La relation V-I pour une résistance
- La relation V-I pour une bobine
- La relation V-I pour un condensateur
- Impédance
- Combinaison d'impédances en série
- Combinaison d'impédances en parallèle
- Admittance

12

Les éléments du circuit passif

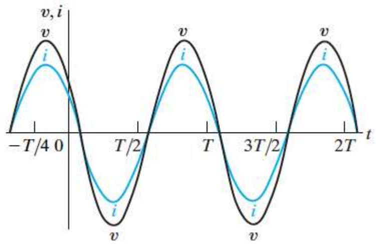
➢La relation V-I pour une résistance

Un élément résistif transportant un courant sinusoïdal.

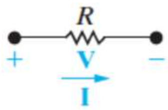


$$i(t) = I_m \cos(\omega t + \phi_i)$$

$$v(t) = R * [I_m \cos(\omega t + \phi_i)]$$



Le circuit équivalent dans le domaine fréquentiel d'une résistance.



$$\overline{V} = R\, I_m\, e^{j\phi_i} = RI_m\angle\phi_i$$

$$\overline{V} = V_m\angle\phi_v = RI$$

$$\Rightarrow \boldsymbol{\phi_v = \phi_i} \quad \text{ou } \phi_v - \phi_i = 0$$

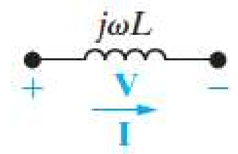
Aux bornes d'une résistance, il n'y a pas de déphasage entre le courant et la tension. On dit que les signaux sont en phase.

13

Les éléments du circuit passif

➢La relation V-I pour une bobine

Si un courant sinusoïdal $i(t) = I_m \cos(\omega t + \phi_i)$ traverse une bobine, nous avons :



$$v(t) = L\frac{di}{dt} = -LI_m \sin(\omega t + \phi_i) = -LI_m \cos(\omega t + \phi_i - 90°)$$

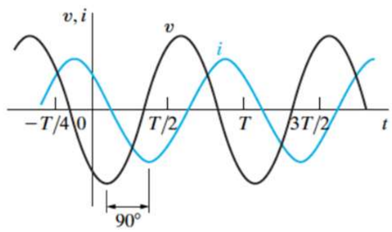
$$\overline{V} = -\omega LI_m e^{j(\phi_i - 90°)} = -\omega LI_m e^{j\phi_i} e^{-j90°}$$

Or $e^{-j90°} = \cos 90° - j \sin 90° = -j$

$$\overline{V} = j\omega LI_m e^{j\phi_i} = j\omega L\overline{I}$$

On eut écrire aussi : $\overline{V} = V_m \angle \phi_v = (\omega L \angle 90°) * I_m \angle \phi_i = \omega LI_m \angle(\phi_i + 90°)$

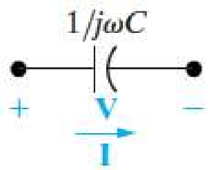
$$\phi_v = (\phi_i + 90°) \Rightarrow \phi_v - \phi_i = 90°$$



Le courant est en retard de 90° sur la tension ou de manière équivalent la tension est en avance de 90° sur le courant

Les éléments du circuit passif

➢La relation V-I pour un condensateur



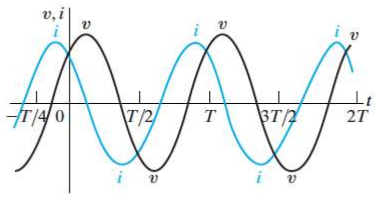
Si la tension aux bornes d'un condensateur est : $v(t) = V_m \cos(\omega t + \phi_v)$

$$i(t) = C\frac{dV}{dt} = -\omega C V_m \sin(\omega t + \phi_v) = -\omega C V_m \cos(\omega t + \phi_v - 90°)$$

$$\bar{I} = -\omega C V_m e^{j(\phi_i - 90°)} = -\omega C V_m e^{j\phi_i} e^{-j90°}$$

Or $\frac{1}{j} = \frac{1}{e^{j90°}} = e^{-90°} = 1\angle -90°$

$\bar{I} = j\omega C V_m e^{j\phi_i} = j\omega C \bar{V}$ $\bar{V} = \dfrac{\bar{I}}{j\omega C}$



On peut écrire aussi : $\bar{V} = V_m\angle\varphi_v = \frac{1}{\omega C}\angle -90° * I_m\angle\phi_i = \frac{I_m}{\omega C}\angle(\phi_i - 90°)$

$\phi_v = (\phi_i - 90°) \Rightarrow \phi_v - \phi_i = -90°$

Le courant est en avance de 90° sur la tension ou de manière équivalent la tension est en retard de 90° sur le courant

15

Les éléments du circuit passif

➢Impédance

Toutes les relations V-I peuvent s'écrire sous la forme : $\overline{V} = \overline{Z} * \overline{I}$

où Z représente l'impédance de l'élément de circuit, et : $\overline{Z} = \frac{\overline{V}}{\overline{I}}$

Donc $\overline{Z}$ est un nombre complexe : $\overline{Z} = R + jX$ Ohms (Ω)

R : Résistance
X : Réactance

Impedances of R, L and C

Circuit Element[1]	V-I Relationship	Impedance	Resistance	Reactance
Resistor	$\mathbf{V} = R\mathbf{I}$	$Z = R$	R	0
Inductor	$\mathbf{V} = j\omega L\mathbf{I}$	$Z = j\omega L$	0	ωL
Capacitor	$\mathbf{V} = (\frac{-j}{\omega C})\mathbf{I}$	$Z = \frac{-j}{\omega C}$	0	$\frac{-1}{\omega C}$

16

Exercice 3

Soit une tension sinusoïdale de 1000 Hz avec une amplitude maximale de 200 V à t = 0 est appliquée aux bornes d'une bobine. L'amplitude maximale du courant est de 25 A.

a) Quelle est la fréquence du courant
b) Quel est l'angle de phase de tension
c) Quel est l'angle de phase de courant
d) Calculer la réactance?
e) Calculer L en henry
f) Calculer l'impédance

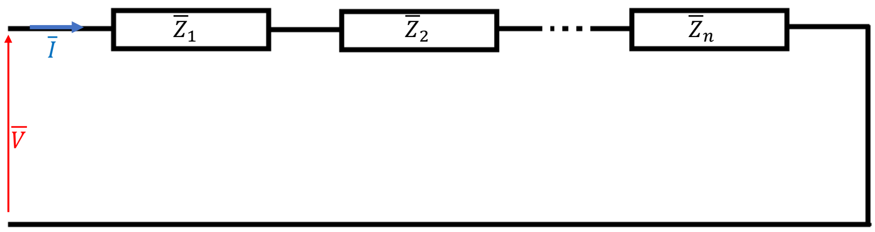
Exercice 4

Soit une tension sinusoïdale de 50 kHz a un angle de phase nul et une amplitude maximale de 10 mV. Lorsque cette tension est appliquée aux bornes d'un condensateur, le courant permanent résultant a une amplitude maximale de 628,32 uA.

a) Quelle est la pulsation du courant en rad/s
b) Quel est l'angle de phase de courant
c) Calculer la réactance?
d) Calculer la capacité C MicroFarad
e) Calculer l'impédance

Les éléments du circuit passif

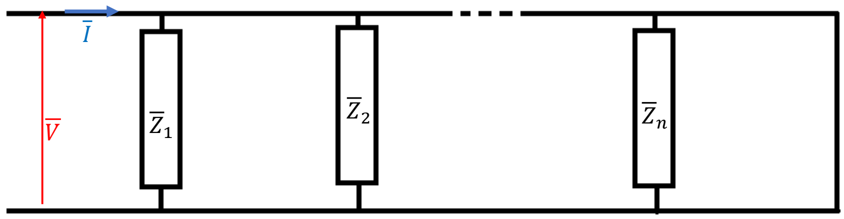
- ➢Combinaison des impédances en série



$$\overline{V} = \left(\overline{Z}_1 + \overline{Z}_2 + \cdots + \overline{Z}_n\right) * \overline{I} = \overline{Z}_{eq} * \overline{I}$$

Les éléments du circuit passif

➢Combinaison des impédances en série



$$\overline{I} = \overline{I}_1 + \overline{I}_2 + \cdots + \overline{I}_n$$

$$\frac{\overline{V}}{\overline{Z}_{eq}} = \frac{\overline{V}}{\overline{Z}_1} + \frac{\overline{V}}{\overline{Z}_2} + \cdots + \frac{\overline{V}}{\overline{Z}_n} = \left(\frac{1}{\overline{Z}_1} + \frac{1}{\overline{Z}_2} + \cdots + \frac{1}{\overline{Z}_n}\right) * \overline{V}$$

Les impédances connectées en parallèle peuvent être réduites à une seule impédance équivalente par la relation réciproque

22

Les éléments du circuit passif

➢Admittance

L'admittance est définie comme l'inverse de l'impédance et notée Y :

$\overline{Y} = \frac{1}{Z} = G + jB$ Siemens (S)

G : conductance
B : Susceptance

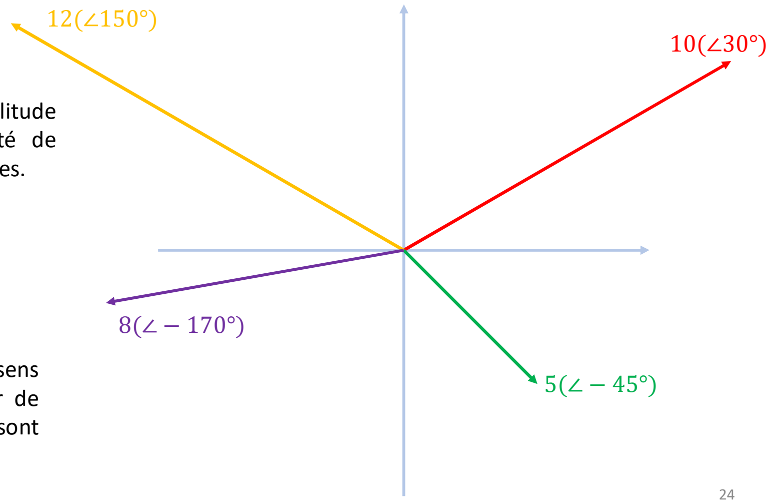
Circuit Element[1]	V-I Relationship $\mathbf{I} = G\mathbf{V}$	Admittance $Y = G + jB$	Conductance G	Susceptance B
Resistor	$\mathbf{I} = \frac{1}{R}\mathbf{V}$	$Y = G = 1/R$	$G = 1/R$	0
Inductor	$\mathbf{I} = \frac{1}{j\omega L}\mathbf{V}$	$Y = jB = \frac{-j}{\omega L}$	0	$B = \frac{-1}{\omega L}$
Capacitor	$\mathbf{I} = (j\omega C)\mathbf{V}$	$Y = jB = j\omega C$	0	ωC

Impédances en parallèle :
$\overline{Y}_{eq} = \overline{Y}_1 + \overline{Y}_2 + \cdots + \overline{Y}_n$

Diagramme de phaseurs

Lorsque nous utilisons la méthode des phaseurs pour analyser le fonctionnement sinusoïdal en régime permanent d'un circuit, un diagramme des courants et des tensions des phaseurs peut donner un aperçu plus approfondi du comportement du circuit.

Un diagramme de phaseur montre l'amplitude et l'angle de phase de chaque quantité de phaseur dans le plan des nombres complexes.



Les angles de phase sont mesurés dans le sens inverse des aiguilles d'une montre à partir de l'axe réel positif et les magnitudes sont mesurées à partir de l'origine des axes.

24

Exercice 4

Soit $i(t) = 10\cos(150t - \frac{\pi}{3})$

A- Ecriver :

1. Forme polaire
2. Forme angulaire
3. Forme rectangulaire (complexe)

B- tracer le diagramme de phaseur

Exercice 5

Soit $V(t) = 25\sin(2000t + \frac{\pi}{8})$

A- Ecrivez :

1. Forme polaire
2. Forme angulaire
3. Forme rectangulaire (complexe)

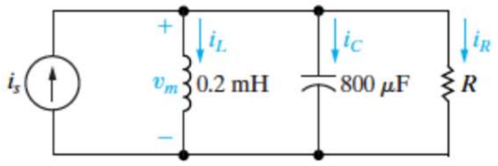
B- tracer le diagramme de phaseur

Diagramme de phaseurs

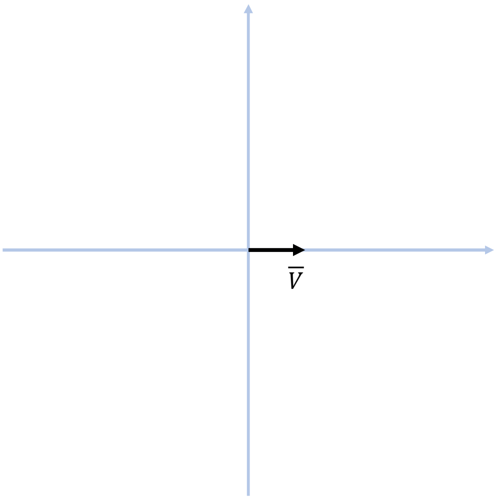
Utilisation de diagrammes de phaseurs pour analyser un circuit

Exercice 6

Pour ce circuit, utilisez un diagramme de phaseur pour trouver la **valeur de R.** Le courant qui traverse la résistance i_R, sera en retard par rapport au courant source soit de 45° lorsque w = 5 krad/s



Référence : $\overline{V} = V_m\angle 0°$



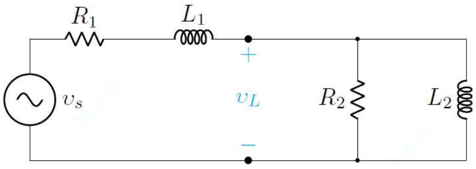
29

Diagramme de phaseurs

Utilisation de diagrammes de phaseurs pour analyser les effets de charge capacitive

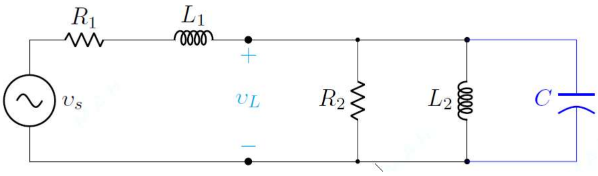
Exercice 7

Soit le circuit, ci-contre :



Utilisez des diagrammes de phaseurs pour explorer l'effet de l'ajout d'un condensateur aux bornes de la charge sur l'amplitude de Vs si nous ajustons Vs pour que l'amplitude de V_L reste constante.

Prenez V_L



les entreprises de services publics utilisent cette technique pour contrôler la chute de tension sur leurs lignes

31

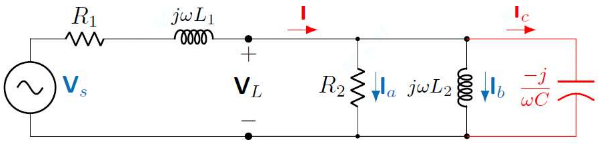
Diagramme de phaseurs

Utilisation de diagrammes de phaseurs pour analyser les effets de charge capacitive

Exercice 7 : application numérique

Les paramètres dans le circuit- ci contre sont :

$R_1 = 0{,}1\ \Omega$; $\omega L_1 = 0{,}8\ \Omega$; $R_2 = 24\ \Omega$; $\omega L_2 = 32\ \Omega$; $\overline{V}_L = 240 + j0\ V$

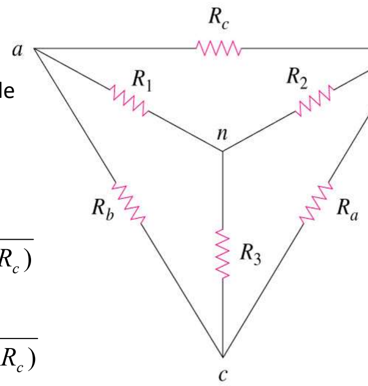


1. Déterminer $\overline{V}_s$.
2. Connecter un condensateur en parallèle avec l'inductance, Maintenez V_L constante et ajuster le condensateur jusqu'à ce que l'amplitude du courant I soit minimale. Quelle est la réactance capacitive? Quelle est la valeur de V_S?
3. Trouver la valeur de la réactance capacitive qui maintient l'amplitude de courant aussi petite que possible et cela fait en même temps que $|V_s| = |V_L| = 240\ V$

35

Analyse de circuit

Transformation triangle -étoile



Transformation étoile-triangle

$$R_1 = \frac{R_b R_c}{(R_a + R_b + R_c)}$$

$$R_2 = \frac{R_c R_a}{(R_a + R_b + R_c)}$$

$$R_3 = \frac{R_a R_b}{(R_a + R_b + R_c)}$$

$$R_a = \frac{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1}{R_1}$$

$$R_b = \frac{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1}{R_2}$$

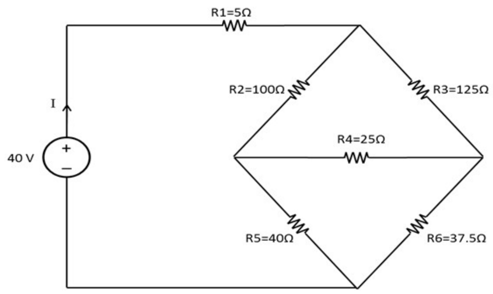
$$R_c = \frac{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1}{R_3}$$

37

Transformation étoile – triangle

Exercice 8 :

Calculer I



Transformation étoile – triangle

Exercice 9 :

Utiliser la transformation étoile-triangle pour trouver la tension V